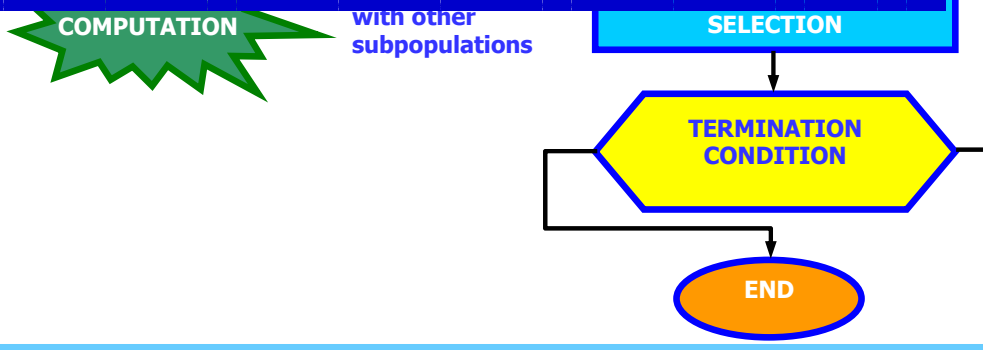


ALGORYTMY EWOLUCYJNE

CZ. 2



ALGORYTMY EWOLUCYJNE

Dla danego problemu można określić wiele sposobów kodowania i zdefiniować szereg operatorów (np. zadanie komiwojażera).

AE to rozwinięcie i uogólnienie AG

Należy jednoznacznie określić:

- schemat działania AE;
- metodę selekcji;
- sposób kodowania i operatory genetyczne;
- środowisko działania AE.

procedure Algorytm_Ewolucyjny

begin

$t:=0$

wybierz populację początkową $P(t)$

ocień $P(t)$

while (not warunek_zakończenia) **do**

begin

wybierz $T(t)$ z $P(t)$ (*reprodukcja*)

utwórz $O(t)$ z $T(t)$ (*działanie operatorów ewolucyjnych*)

ocień $O(t)$

utwórz $P(t+1)$ z $O(t)$ i $P(t)$ (*sukcesja*)

$t:=t+1$

end

end

T – temporary - tymczasowy

O – offspring - potomny

SELEKCJA

=

REPRODUKCJA

(preselekcja)

+

SUKCESJA

(postselekcja)

```
procedure Algorytm_Ewolucyjny
begin
  t:=0
  wybierz populację początkową  $P(t)$ 
  oceń  $P(t)$ 
  while (not warunek_zakończenia) do
  begin
    wybierz  $T(t)$  z  $P(t)$  (reprodukcja)
    utwórz  $O(t)$  z  $T(t)$  (operatory)
    oceń  $O(t)$ 
    utwórz  $P(t+1)$  z  $O(t)$  i  $P(t)$  (sukcesja)
    t:=t+1
  end
end
```

Reprodukcja – tworzenie populacji tymczasowej $T(t)$, która jest poddawana działaniu operatorów genetycznych tworząc populację potomną $O(t)$.

Sukcesja – tworzenie nowej populacji bazowej $P(t+1)$ z populacji potomnej $O(t)$ oraz starej populacji bazowej $P(t)$.

Napór selekcyjny (selektywny nacisk):

Tendencja algorytmu do poprawiania wartości średniej przystosowania.

*Algorytm charakteryzuje się tym większym naporem selekcyjnym, im większa jest **oczekiwana liczba kopii lepszego osobnika** w porównaniu z **oczekiwaną liczbą kopii osobnika gorszego**.*

Superosobniki:



- niepożądane w **początkowej** fazie działania (*przedwczesna zbieżność*);
- pozytywne **pod koniec** pracy algorytmu (*zawężenie przestrzeni poszukiwań*).

Twarda (brutalna) **selekcja** – wybór do populacji potomnej i powielanie tylko **najlepszego** osobnika (metoda stochastycznego wzrostu).

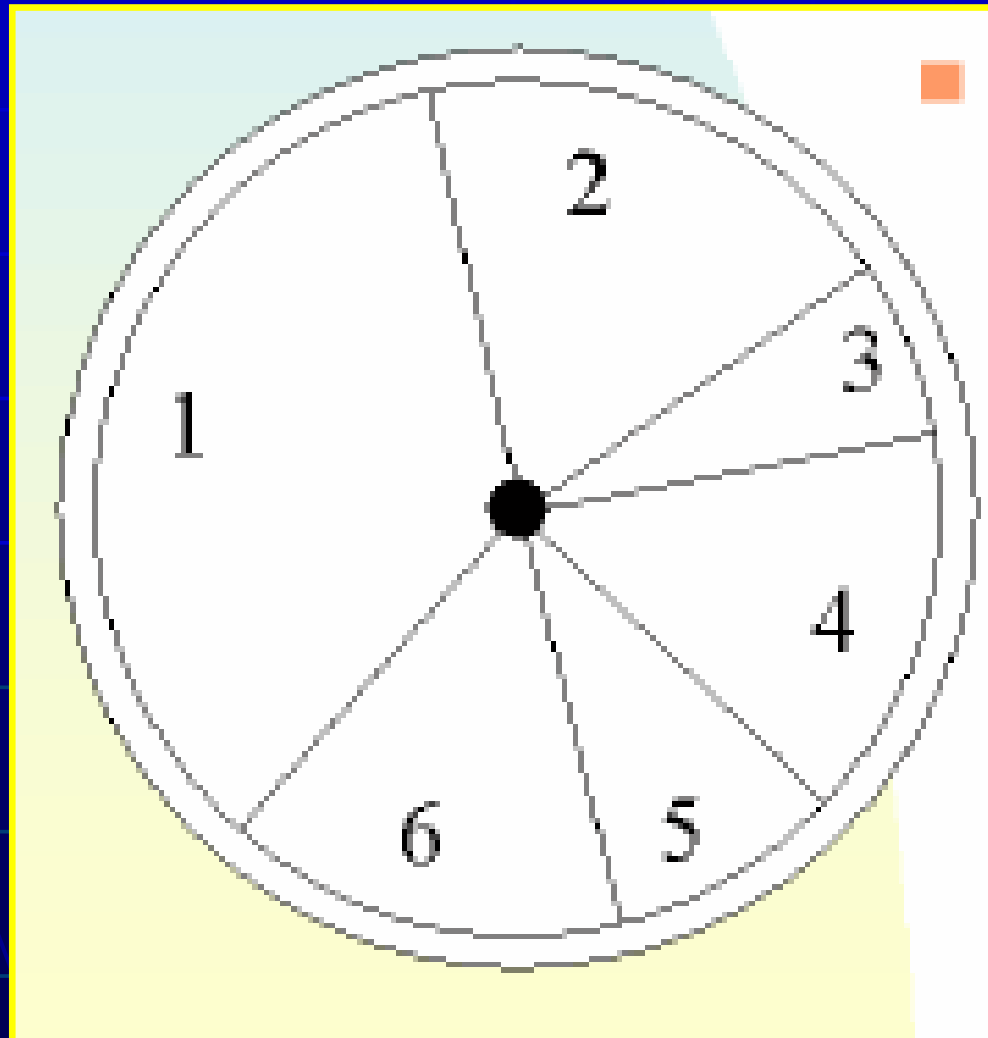
Przyjęcie **jednakowego prawdopodobieństwa** - algorytm błędzi przypadkowo (**brak selekcji**).

W AE - metoda pośrednia, zwana „**miękką selekcją**”.

METODY REPRODUKЦИИ

KOŁO RULETKI

– jak w AG

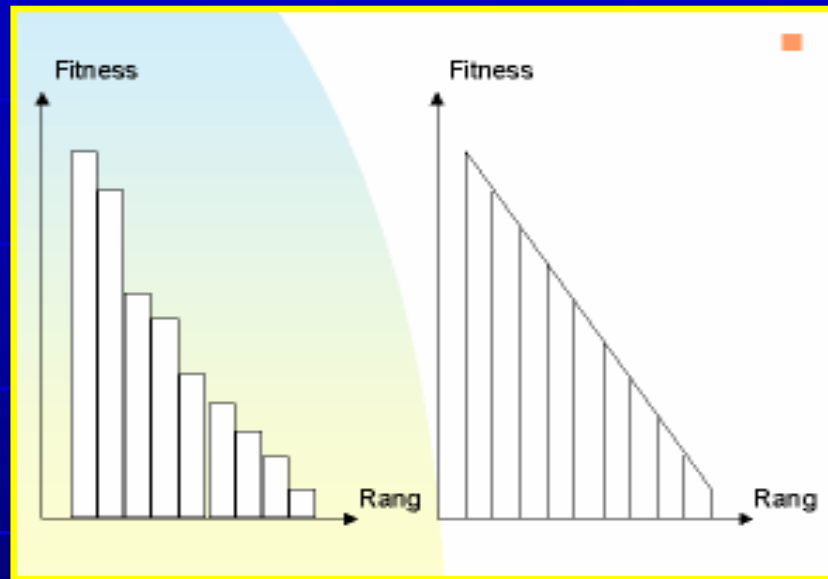


SELEKCJA TURNIEJOWA

- Wybór k osobników (*rozmiar turnieju, zwykle $k=2$*) i selekcja najlepszego z grupy.
- Powtarzane *pop_size* razy.

SELEKCJA RANKINGOWA

Szeregowanie osobników według wartości przystosowania i selekcja zgodnie z kolejnością (wg tzw. *linii rangi*)



😊 zapobiega powstawaniu superosobników

☹️ pomija informacje o względnych ocenach osobników

METODY SUKCESJI

SUKCESJA TRYWIALNA

(z całkowitym zastępowaniem)

Nową populacją bazową staje się populacja potomna:

$$P(t+1) = O(t)$$

(jak w AG).

- ☺ Najbardziej odporna na przedwczesną zbieżność.
- ☹ Najwolniej prowadzi do rozwiązania optymalnego.
- ☹ Może prowadzić do sytuacji, w której nie zawsze najlepsze rozwiązania z populacji $P(t)$ znajdują się w populacji $P(t+1)$;

SUKCESJA

Z CZĘŚCIOWYM ZASTĘPOWANIEM

W nowej populacji bazowej są osobniki z populacji potomnej i ze starej populacji bazowej

$$P(t+1) = O(t) + P(t)$$

- ☺ Prowadzi zwykle do stabilniejszej pracy AE.
- ☹ Może spowodować tendencję do osiągnięcia maksimumów lokalnych.

Mechanizm usuwania (warianty):

- usuwanie najgorzej przystosowanych osobników;
- usuwanie osobników podobnych do potomnych;
- usuwanie losowo wybranych osobników.

SUKCESJA ELITARNA

Gwarantuje przeżycie co najmniej najlepszego osobnika poprzez odpowiedni wybór osobników z $P(t)$ do $P(t+1)$

- 😊 Wzrost wielkości elity powoduje przyspieszenie zbieżności algorytmu.
- 😞 Wzrost wielkości elity powoduje większe prawdopodobieństwo osiągnięcia ekstremów lokalnych.

Wartość **wielkości elity** δ decyduje o naporze selekcyjnym ($\delta=0$ – sukcesja trywialna).

Najkorzystniej – jeden, ew. kilka osobników).

OPERATORY KRZYŻOWANIA

Para rodziców – para potomków

Zwykle :

2 osobniki rodzicielskie - 2 (sprzężone) osobniki potomne.

Pojedynczy osobnik potomny

- wariant **dwuosobniczy** – para osobników rodzicielskich;
- wariant **globalny** – jeden wiodący i n pomocniczych osobników rodzicielskich (po jednym dla każdego genu).

Krzyżowanie wieloosobnicze:

- z **wieloma** osobnikami potomnymi;
- z **jednym** osobnikiem potomnym.

OPERATORY KRZYŻOWANIA WYMIENIAJĄCEGO

- Tworzą chromosomy potomne przez **składanie** ich z wartości genów chromosomów rodzicielskich.
- Mogą być wykorzystywane **zarówno** przy kodowaniu binarnym, jak i rzeczywistoliczbowym.
- **Nie dochodzi** do modyfikacji wartości genów zawartych w chromosomach krzyżowanych osobników rodzicielskich
(tylko ich **przetwasowanie**).

KRZYŻOWANIE JEDNOPUNKTOWE (proste)

- wybór (z rozkładem jednostajnym) liczby c (punkt rozcięcia) ze zbioru $\{1, 2, \dots, n-1\}$
 n - długość osobnika;

- Podział chromosomów X^1 i X^2 poddawanych krzyżowaniu na dwie części i ich sklejanie:

$$Y = [X^1_1, \dots, X^1_c, X^2_{c+1}, \dots, X^2_n].$$

W wersji z 2 osobnikami potomnymi drugi potomek:

$$Z = [X^2_1, \dots, X^2_c, X^1_{c+1}, \dots, X^1_n]$$

X¹

X²

Y

Z

3.24
-0.22
1.32
3.22
1.20
7.23
-2.21

2.22
3.14
7.72
1.22
2.40
4.28
-2.42

C

3.24
-0.22
1.32
1.22
2.40
4.28
-2.42

2.22
3.14
7.72
3.22
1.20
7.23
-2.21

KRZYŻOWANIE DWUPUNKTOWE

- wybór 2 punktów rozcięcia c_1 i c_2 ;
- Podział chromosomów X^1 i X^2 poddawanych krzyżowaniu na 3 części i wymiana środkowej części:

$$Y = [X^1_1, \dots, X^1_{c_1}, X^2_{c_1+1}, \dots, X^2_{c_2}, X^1_{c_2+1}, \dots, X^1_n]$$

W wersji z 2 osobnikami potomnymi drugi potomek:

$$Z = [X^2_1, \dots, X^2_{c_1}, X^1_{c_1+1}, \dots, X^1_{c_2}, X^2_{c_2+1}, \dots, X^2_n]$$

$c_1 = c_2$ – krzyżowanie jednopunktowe

X^1	X^2		Y	Z
3.24	2.22		3.24	2.22
-0.22	3.14		-0.22	3.14
1.32	7.72	C_1	1.32	7.72
3.22	1.22		1.22	3.22
1.20	2.40		2.40	1.20
7.23	4.28	C_2	4.28	7.23
-2.21	-2.42		-2.21	-2.42

KRZYŻOWANIE WIELOPUNKTOWE...

KRZYŻOWANIE RÓWNOMIERNE

Chromosom potomny:

$$Y_i = \begin{cases} X_i^1, & \text{jeśli wylosowano liczbę} < p_e; \\ X_i^2, & \text{w przeciwnym razie.} \end{cases}$$

p_e – parametr krzyżowania (typowo $p_e=0.5$)

W wersji z 2 osobnikami potomnymi drugi potomek:

$$Z_i = \begin{cases} X_i^2, & \text{jeśli } Y_i = X_i^1; \\ X_i^1, & \text{w przeciwnym razie.} \end{cases}$$

$$p_e = 0.5$$

X^1	X^2	wylosowano	Y	Z
3.24	2.22	0.092699	3.24	2.22
-0.22	3.14	0.158384	-0.22	3.14
1.32	7.72	0.697190	7.72	1.32
3.22	1.22	0.315814	3.22	1.22
1.20	2.40	0.821422	2.40	1.20
7.23	4.28	0.399981	7.23	4.28
-2.21	-2.42	0.428556	-2.21	-2.42

KRZYŻOWANIE DIAGONALNE

- Jest krzyżowaniem wieloosobniczym.
- Tworzy r potomków z r rodziców przy $c = r - 1$ punktach krzyżowania.
- Osobniki potomne powstają w wyniku składania fragmentów kodu po przekątnej.

Dla 3 osobników:

$$Y = [X^1_1, \dots, X^1_{c1}, X^2_{c1+1}, \dots, X^2_{c2}, X^3_{c2+1}, \dots, X^3_n]$$

$$Z = [X^2_1, \dots, X^2_{c1}, X^3_{c1+1}, \dots, X^3_{c2}, X^1_{c2+1}, \dots, X^1_n]$$

$$W = [X^3_1, \dots, X^3_{c1}, X^1_{c1+1}, \dots, X^1_{c2}, X^2_{c2+1}, \dots, X^2_n]$$



W wersji 1 potomkiem – tylko potomek Y

OPERATORY KRZYŻOWANIA UŚREDNIAJĄCEGO

- Są specyficzne dla kodowania **rzeczywisto-liczbowego**;
- **Oddziałują** na wartości genów chromosomów poddawanych krzyżowaniu;
- Wartości każdego genu chromosomów potomnych są liczbami zawierającymi się między największą i najmniejszą wartością genu chromosomów rodzicielskich.

KRZYŻOWANIE ARYTMETYCZNE

- generowanie liczby losowej k z zakresu $(0,1)$ lub jej arbitralny wybór;
- uśrednianie arytmetyczne wartości genów chromosomów rodzicielskich:

$$Y = X^1 + k(X^2 - X^1)$$

W wersji z 2 osobnikami potomnymi drugi potomek:

$$Z = X^2 + X^1 - Y^1$$

X^1

4.0
-0.2
1
3.22
1.21
-3.42
-2.21

X^2

2.22
3.14
7.72
1.28
2.45
-5.14
2.43

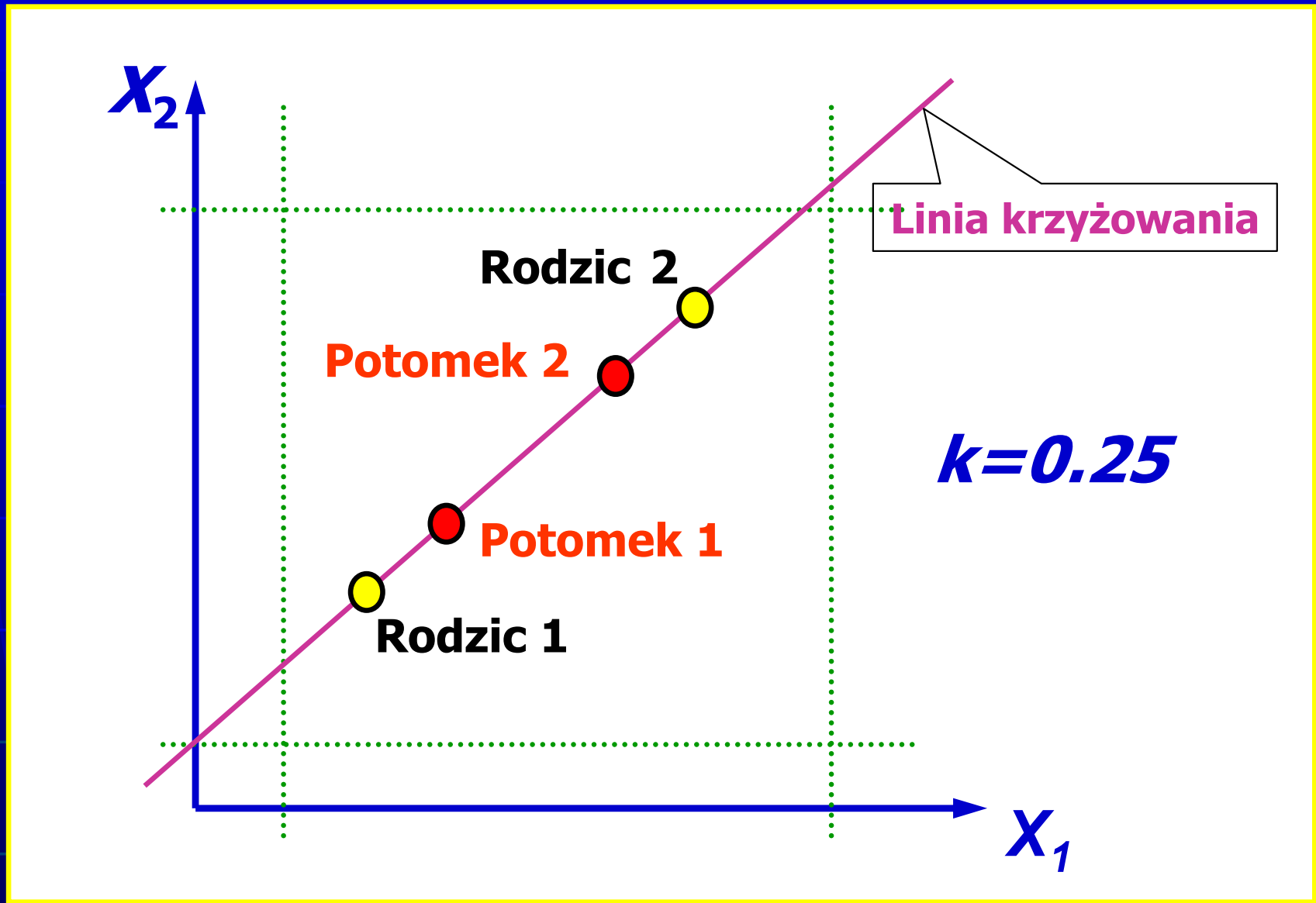
$k=0.5$

Y

3.11
1.56
4.36
2.25
1.83
-4.28
0.11

Z

3.11
1.56
4.36
2.25
1.83
-4.28
0.11



KRZYŻOWANIE HEURYSTYCZNE

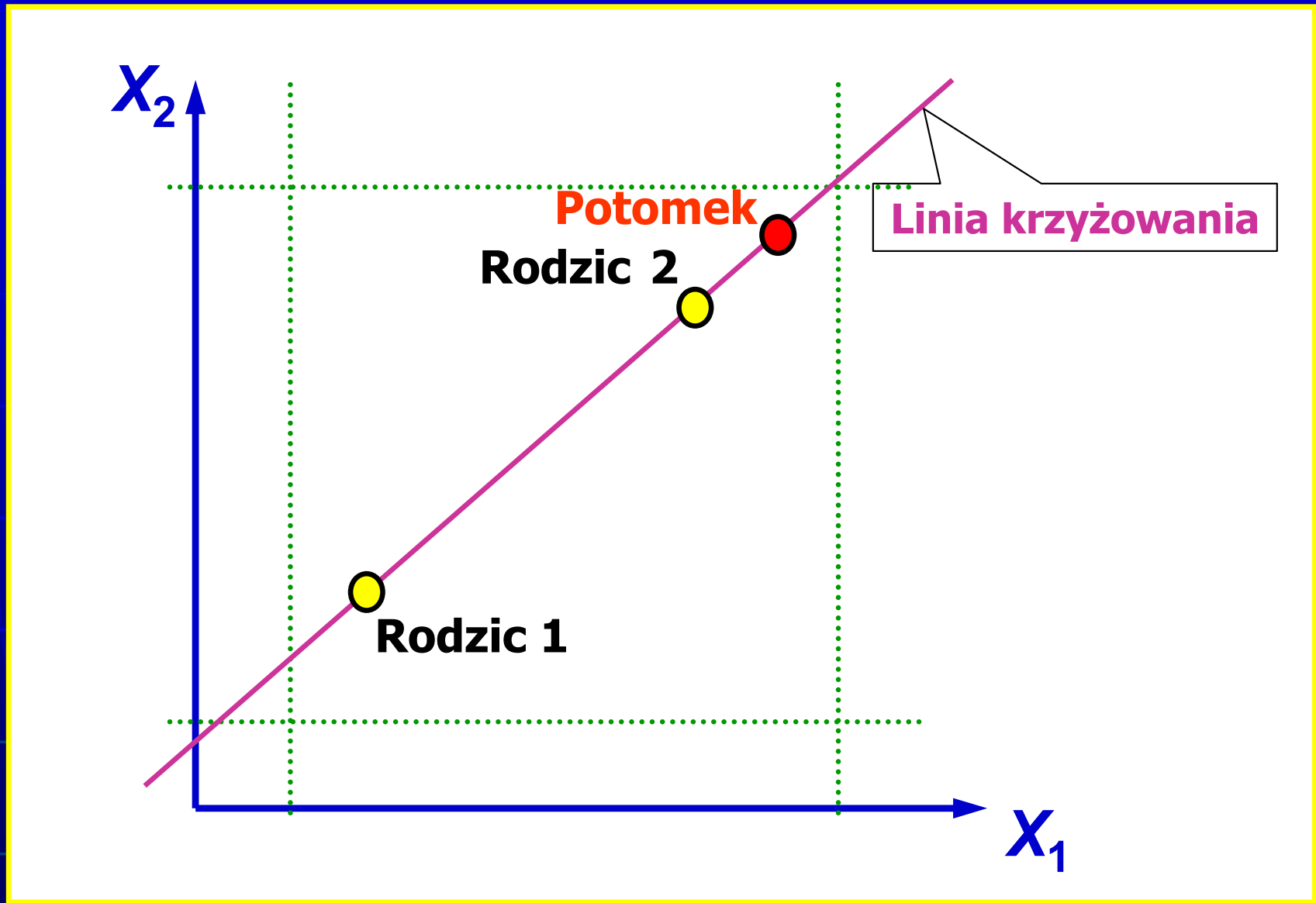
- Nie jest krzyżowaniem uśredniającym!
- Generowanie liczby losowej k z zakresu $(0,1)$;
- Tworzy się (maksymalnie) jednego potomka:

$$Y = k(X^2 - X^1) + X^2$$

przy założeniu, że $X^2 \geq X^1$

- Może utworzyć potomka, który nie jest dopuszczalny, wówczas:
 - » generuje się nową liczbę losową i tworzy nowego potomka;
 - » Jeśli po założonej liczbie prób nie utworzono osobnika dopuszczalnego, to nie tworzy się potomka.







OPERATORY MUTACJI

MUTACJA RÓWNOMIERNY

- Losowy wybór genu w chromosomie.
- Przyjęcie przez gen wartości losowej (z rozkładem równomiernym) z zakresu dopuszczalnego dla danej zmiennej:

$$Y = [X_1, \dots, X'_k, \dots, X_n],$$

$$X'_k = \langle \text{left}(k), \text{right}(k) \rangle$$

Szczególnie użyteczna **we wczesnej fazie** działania AE (gdy pożądane jest szerokie przeszukiwanie obszaru poszukiwań optimum).

MUTACJA NIERÓWNOMIERNA

- Należy do grupy tzw. mutacji ze strojeniem.
- Modyfikacja wartości wybranego genu o wartość pewnej funkcji $\Delta(t,y)$:

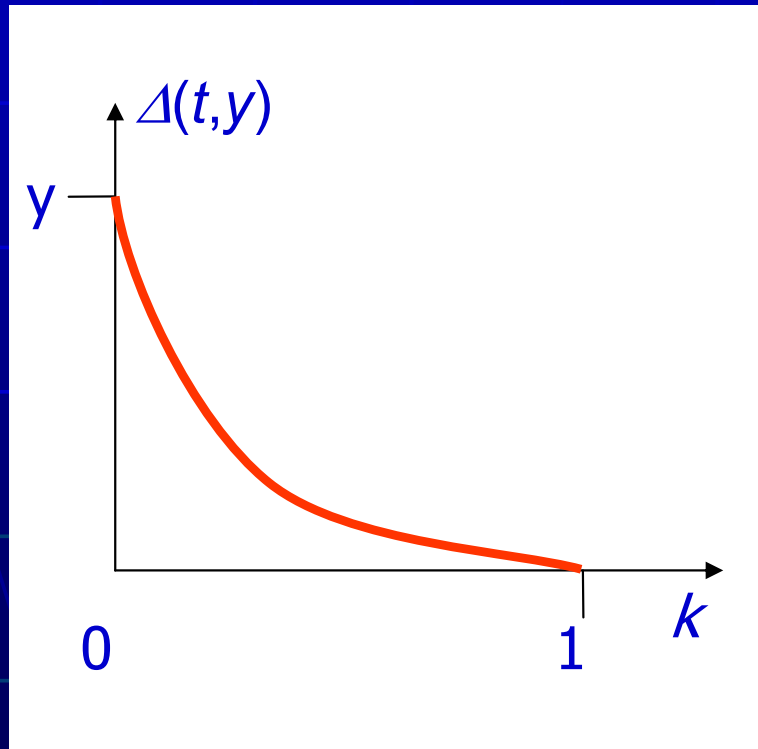
$$Y = [X_1, \dots, X'_k, \dots, X_n],$$

gdzie:

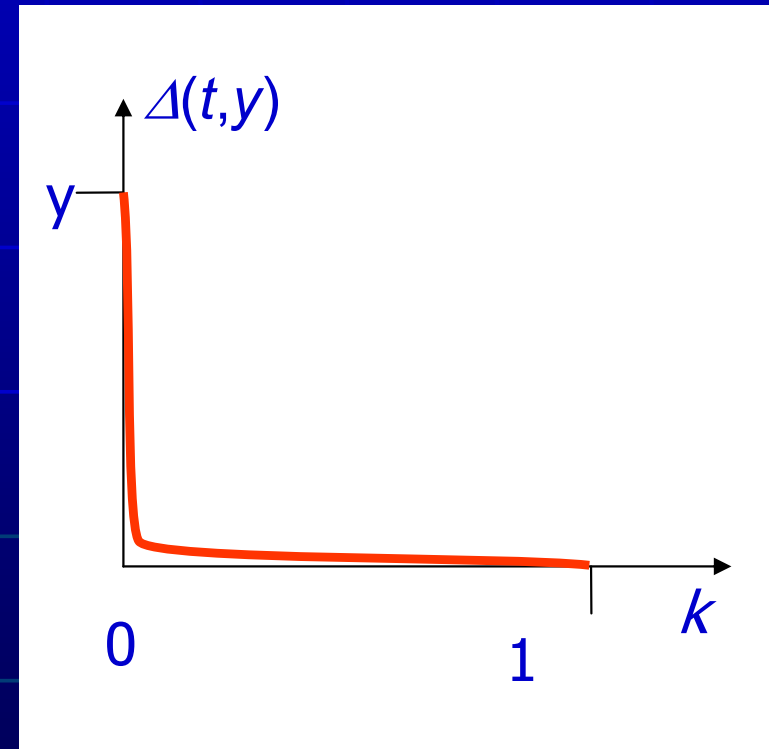
$$X'_k = X_k + \Delta\langle (t, \text{right}(k) - X_k) \rangle \quad \text{gdy wylosowano } 0$$

$$X'_k = X_k - \Delta\langle (t, X_k - \text{left}(k)) \rangle \quad \text{gdy wylosowano } 1$$

- Funkcja $\Delta(t,y)$ przyjmuje wartości z zakresu $[0,y]$;
- Prawdopodobieństwo, że $\Delta(t,y)$ jest bliskie zero wzrasta ze wzrostem czasu obliczeń
(nie zależy jednak od zachowania się AE).



Początkowa faza obliczeń



Pod koniec działania AE

MUTACJA BRZEGOWA

- Jest odmianą mutacji równomiernej, w której:

$X'_k = \text{left}(k)$ gdy wylosowano 0

$X'_k = \text{right}(k)$ gdy wylosowano 1

- Szczególnie użyteczna, gdy rozwiązanie optymalne leży **na brzegu** obszaru dopuszczalnego lub bardzo blisko tego brzegu).



OCENA DZIAŁANIA AE

LOSOWOŚĆ W AE

Różne zachowanie algorytmu w niezależnych uruchomieniach przy jednakowych ustawieniach parametrów i identycznych populacjach początkowych.

Losowość jest wprowadzana w AE:

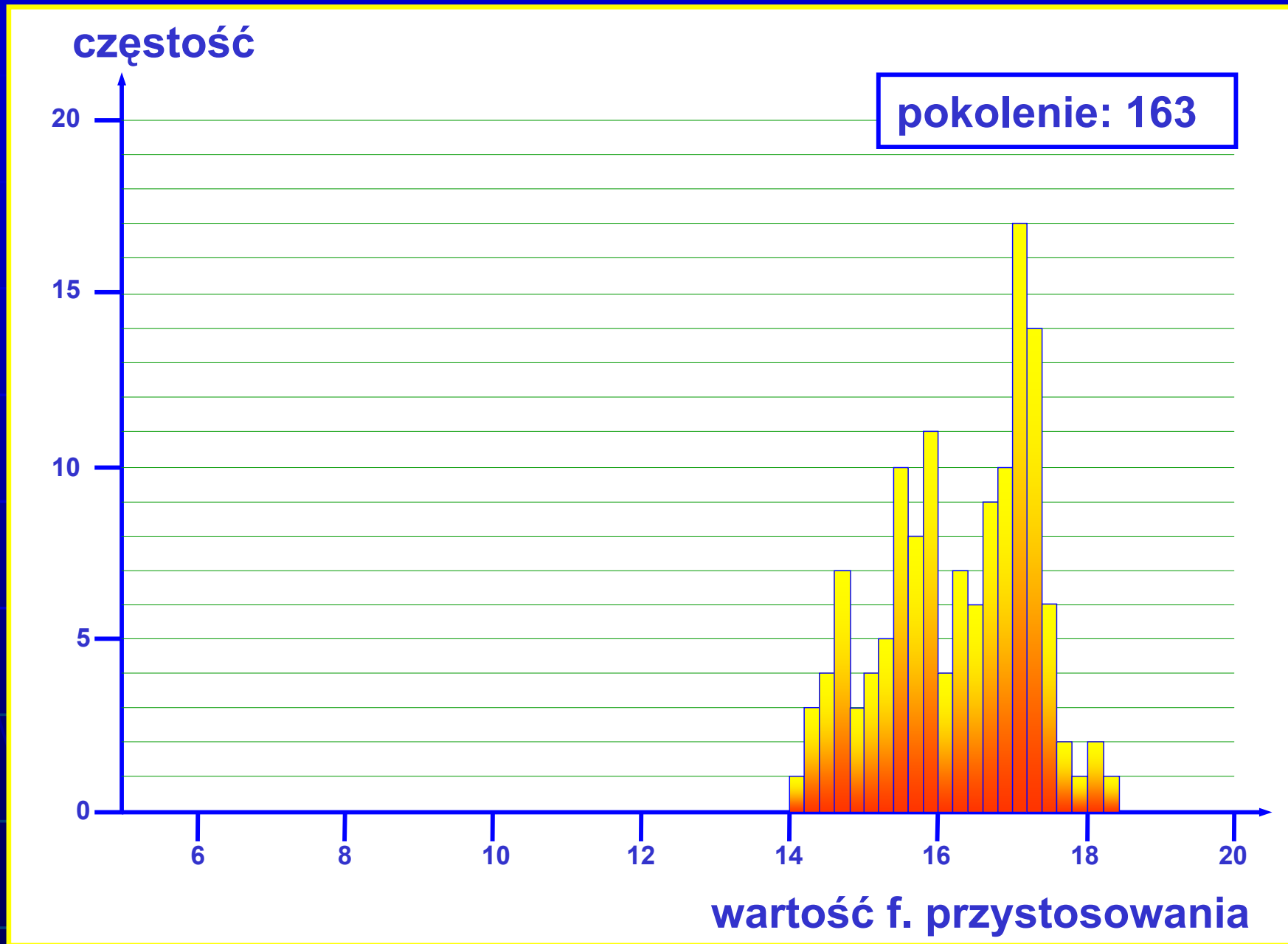
- Podczas generowania populacji początkowej
- W procesie wyboru populacji potomnej na drodze reprodukcji (ukierunkowanie działania AE).
- Podczas działania operatorów ewolucyjnych (próbkiwanie przestrzeni roboczej).

- Należy dokonać **wielu niezależnych uruchomień** dla losowej próby różnych populacji bazowych $P(0)$.
- W przypadku wielu uruchomień dla tej samej populacji $P(0)$ można mówić o właściwościach danego algorytmu **dla konkretnej populacji początkowej**.
- Porównywane dwa algorytmy: wskazane jest aby próba ta była **taka sama** (dla każdej losowej populacji początkowej uruchamia się dwa porównywane algorytmy).

ANALIZA STATYSTYCZNA:

- Analiza **wartości oczekiwanej** i **odchylenia standardowego** wartości przystosowania w populacji bazowej.
- Uwzględnienie informacji o minimalnej i maksymalnej osiąganey wartości.
- Uwzględnienie informacji o liczbie przypadków niewiele różnych od najlepszego.
- Prezentacja wyników w postaci **histogramu** pozwala ocenić właściwości rozkładu, które mogą umknąć przy analizie ograniczonej jedynie do statystyki liczbowych.

Przykładowy histogram:



KRZYWE ZBIEŻNOŚCI

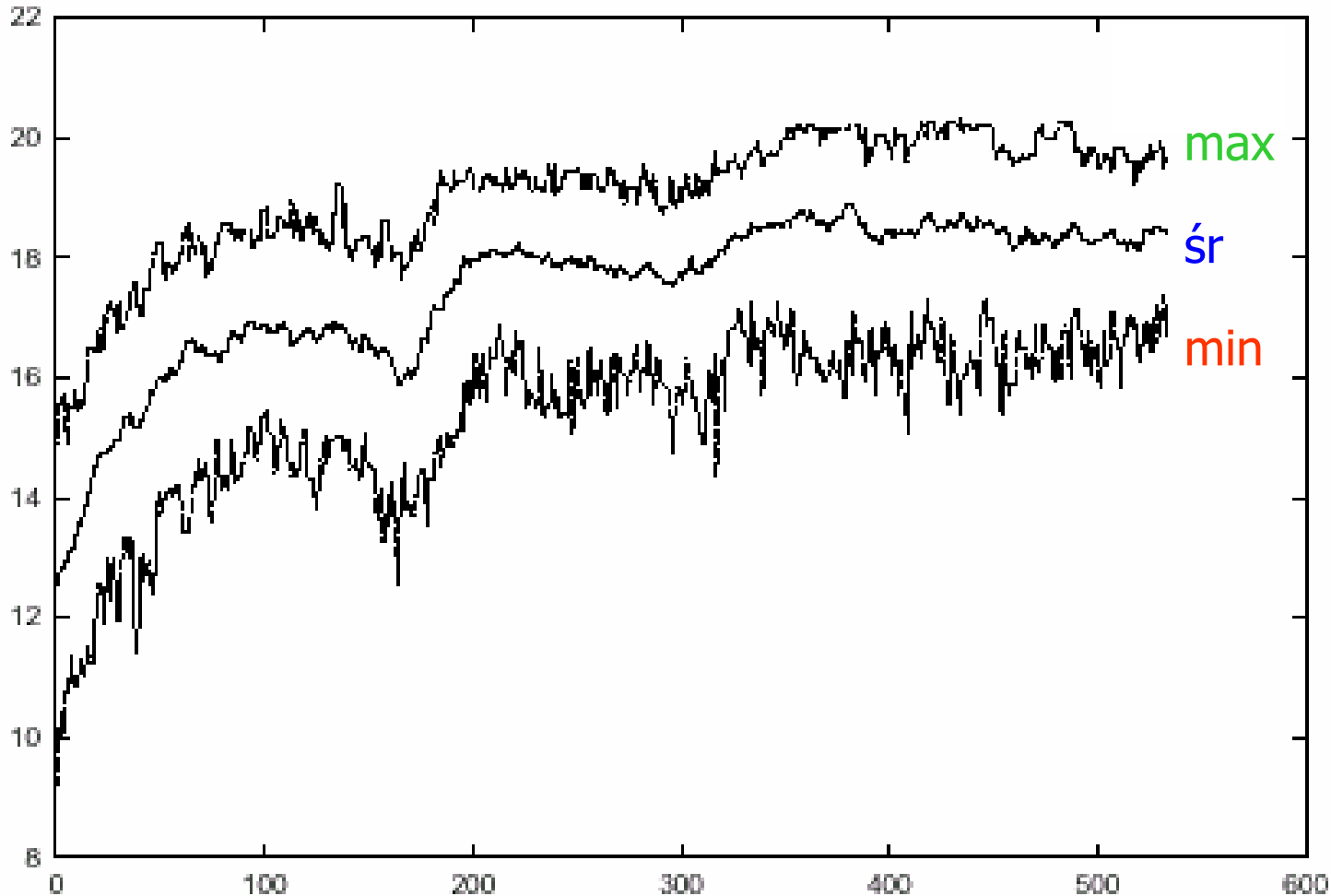
- Są wykresem zmian wartości rozwiązania roboczego (średniego, najlepszego, najgorszego) w czasie.
- Kreśli się je:
 - dla pojedynczego uruchomienia algorytmu;
 - dla wielu niezależnych uruchomień.

(Uśrednione – bardziej reprezentatywne, lecz gubi się niektóre informacje o zachowaniu AE w pojedynczych uruchomieniach).

Przykładowe krzywe zbieżności

(dla 1 uruchomienia algorytmu):

wartość f. przystosowania

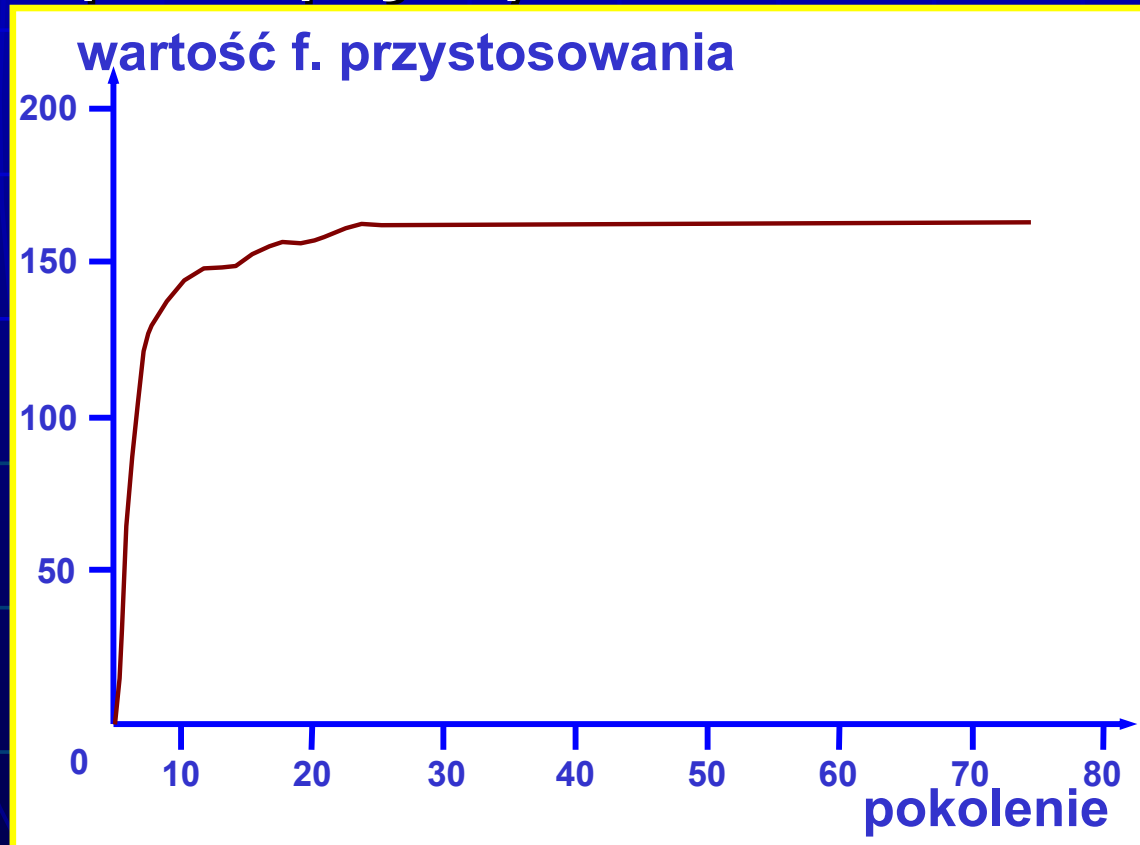


pokolenie

Szczególna krzywa zbieżności:

Wykres zmian w kolejnych pokoleniach wartości przystosowania **najlepszego** osobnika znalezioneego **od początku** działania AE.

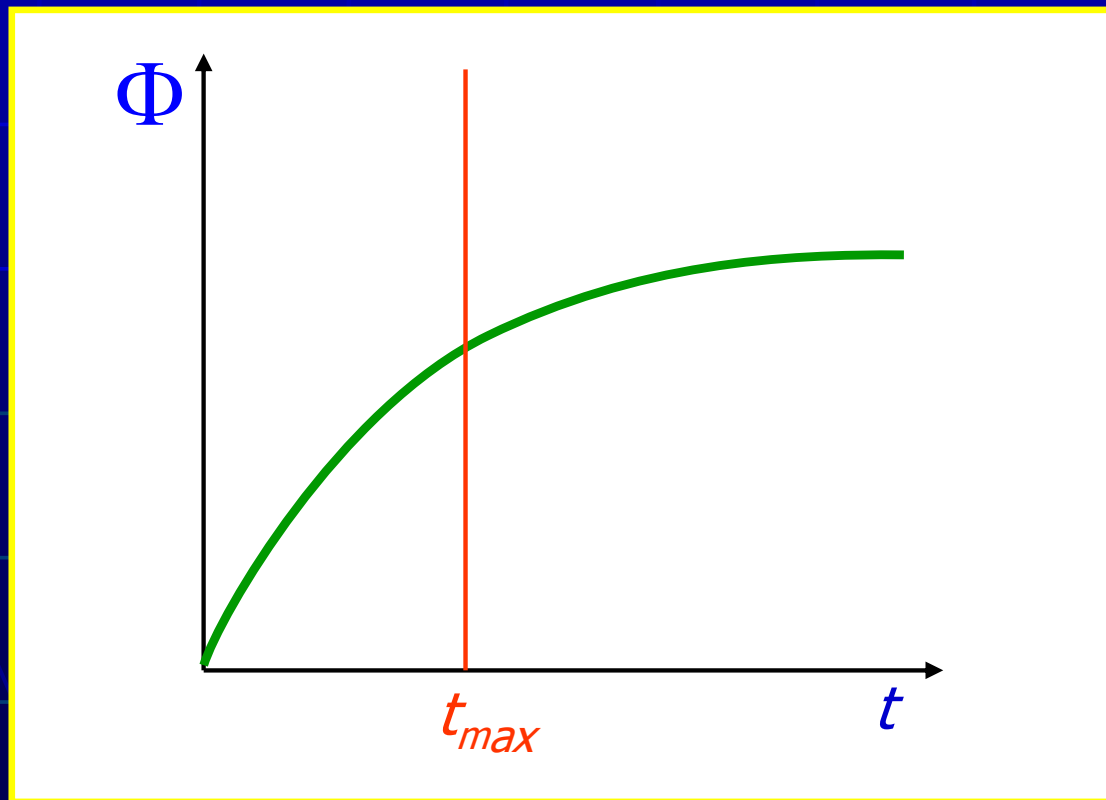
Po zakończeniu działania AE osobnik ten **jest rozwiązaniem** wyz. przez pojedyncze uruchomienie AE.



KRYTERIA ZATRZYMANIA AE

KRYTERIUM MAKSYMALNEGO KOSZTU

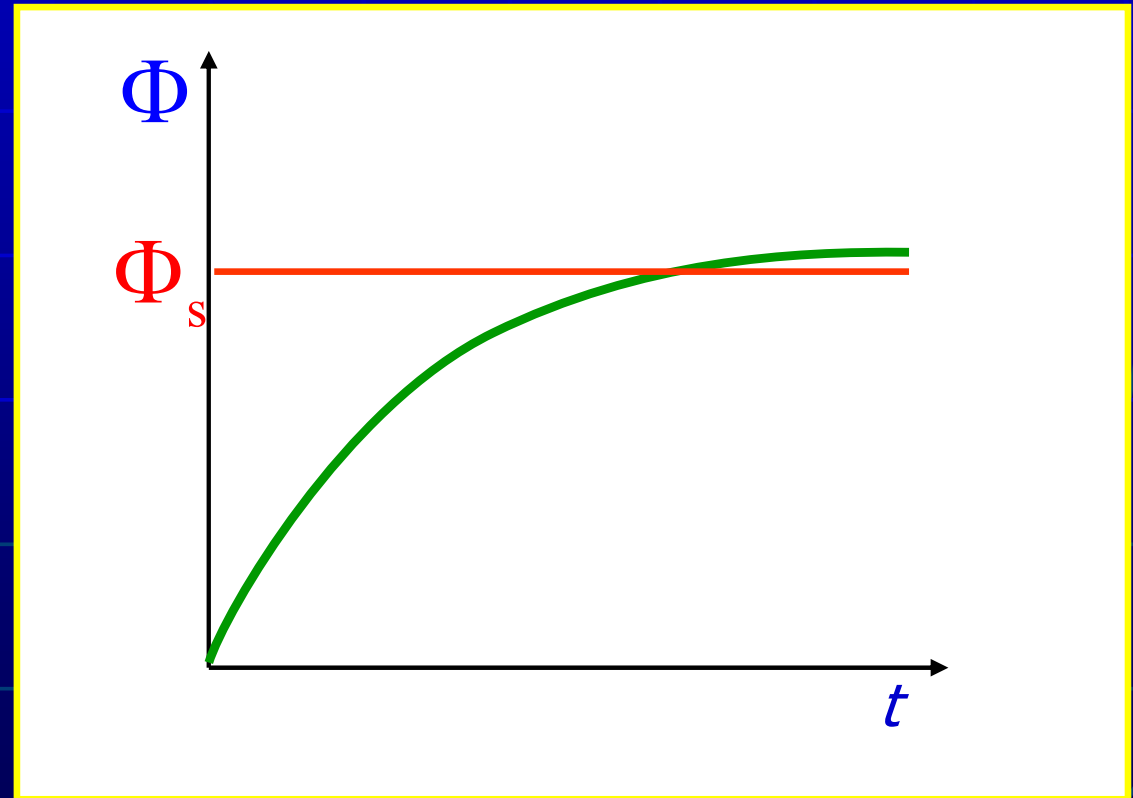
- Algorytm kończy działanie, jeśli koszt algorytmu przekroczy założoną wartość maksymalną K_{max} .
- Często przyjęta odmiana – przyjęcie pewnej maksymalnej dopuszczalnej liczby pokoleń algorytmu.



KRYTERIUM ZADOWALAJĄCEGO POZIO- MU FUNKCJI PRZYSTOSOWANIA

Zatrzymanie działania gdy AE znajdzie rozwiązanie o wartości funkcji przystosowania określonej przez użytkownika jako zadowalająca Φ_s .

- ☹️ Zwykle nie jest łatwo (bez dostatecznie dobrej znajomości funkcji przystosowania) **określić** wartość zadowalającą.
- ☹️ AE może działać **dowolnie długo** (należy dodatkowo określić maksymalny koszt znalezienia rozwiązania).



KRYTERIUM MIN. SZYBKOŚCI POPRAWY

Algorytm jest zatrzymywany, jeśli w kolejnych τ obliczeniach wartości funkcji przystosowania nie uda się poprawić wyniku o więcej niż ε .

Często $\varepsilon = 0$ - algorytm zatrzymywany, jeśli nie uda się uzyskać lepszego rozwiązania w kolejnych τ pokoleniach.

