



Katedra Wytrzymałości Materiałów  
i Metod Komputerowych Mechaniki  
[www.kwmimkm.polsl.pl](http://www.kwmimkm.polsl.pl)

Wydział Mechaniczny Technologiczny  
Politechnika Śląska

---

## OBLICZENIA EWOLUCYJNE

---

### **LABORATORIUM 3:** Wpływ operatorów krzyżowania na skuteczność poszukiwań AE

opracował: dr inż. Witold Beluch  
[witold.beluch@polsl.pl](mailto:witold.beluch@polsl.pl)

## Cel ćwiczenia

Wykonując ćwiczenia laboratoryjne przeprowadzisz badania, w wyniku których określisz wpływ różnych operatorów krzyżowania na skuteczność poszukiwań optimum za pomocą algorytmu ewolucyjnego (AE). Sprawdzisz działanie algorytmu dla wybranych funkcji celu stosując zarówno każdy z dostępnych w programie *Evolutionary Algorithms* operatorów krzyżowania osobno jak i wszystkie jednocześnie.

## Trochę teorii

Krzyżowanie jest operatorem genetycznym, który tworzy osobniki potomne z wykorzystaniem osobników rodzicielskich. Zazwyczaj dwa osobniki rodzicielskie przyczyniają się do powstania dwóch osobników potomnych, choć istnieje bardzo wiele różnych operatorów krzyżowania – istnieją np. wersje z wieloma osobnikami rodzicielskimi czy też z jednym potomkiem<sup>1</sup>.

Z krzyżowaniem jest związany parametr zwany *prawdopodobieństwem krzyżowania*  $p_c$  określający, jaka część osobników z populacji pomocniczej (wybranej w procesie reprodukcji) zostanie poddana krzyżowaniu. Dla każdego osobnika jest generowana liczba pseudolosowa  $r$  z przedziału  $[0,1]$ . Jeśli  $r < p_c$  to dany osobnik zostaje wybrany do krzyżowania. Następnie wybrane osobniki są losowo kojarzone w pary. W następnym etapie tworzone są (różnie dla różnych operatorów krzyżowania) osobniki potomne.

Poniżej omówiono tylko te operatory krzyżowania, które zostały zaimplementowane w programie *Evolutionary Algorithms*.

### Krzyżowanie proste

Krzyżowanie proste (jednopunktowe) jest operatorem krzyżowania, który może być stosowany zarówno w przypadku kodowania binarnego jak i rzeczywistoliczbowego. Jest to historycznie najstarszy operator krzyżowania zastosowany w algorytmie J. Hollanda [5].

Krzyżowanie proste należy do grupy operatorów krzyżowania wymieniającego, tj. takich, które nie modyfikują wartości poszczególnych genów, a jedynie dokonują ich „przetasowania”, składając osobniki potomne z genów osobników rodzicielskich. Dla wybranej pary osobników  $X^1$  i  $X^2$  losuje się punkt rozcięcia  $c$ , będący liczbą całkowitą ze zbioru  $\{1,2,\dots,n-1\}$ , gdzie  $n$  jest długością osobnika. Następnie zamienia się fragmenty osobników od punktu rozcięcia tworząc osobniki potomne  $Y^1$  i  $Y^2$ :

$$Y^1 = [X^1_1, \dots, X^1_c, X^2_{c+1}, \dots, X^2_n]$$

$$Y^2 = [X^2_1, \dots, X^2_c, X^1_{c+1}, \dots, X^1_n]$$

### Krzyżowanie arytmetyczne

Krzyżowanie arytmetyczne należy do grupy operatorów krzyżowania zmieniających wartości genów osobników rodzicielskich i jako taki nie może być stosowany w przypadku kodowania binarnego. Zapewne domyślasz się, co jest tego przyczyną? Powstałe w wyniku krzyżowania osobniki charakteryzują się tym, że wartości poszczególnych genów zawierają się w przedziale pomiędzy wartościami odpowiednich genów osobników rodzicielskich.

<sup>1</sup> W tomie 1 serii sześciu książek „Algorytmy genetyczne. Kompendium” Tomasza Gwiazdy [4] opisano ok. 180 różnych operatorów krzyżowania dla problemów kodowanych zarówno liczbami binarnymi jak i rzeczywistymi...

W przypadku krzyżowania arytmetycznego w pierwszym etapie generuje się liczbę pseudolosową  $k$  z przedziału  $[0,1]$ . Następnie tworzy się osobniki potomne zgodnie ze schematem:

$$Y^1 = X^1 + k(X^2 - X^1)$$

$$Y^2 = X^2 + X^1 - Y^1$$

Należy zauważyć, że przyjęcie  $k = 0.5$  powoduje powstanie dwóch identycznych osobników potomnych o wartościach poszczególnych genów równych średniej arytmetycznych odpowiednich genów osobników rodzicielskich. Oczywiście nie wydaje się to być dobrym pomysłem, jako że wówczas dwa takie same osobniki wskazują na to samo miejsce w przestrzeni poszukiwań<sup>1</sup>.

### Krzyżowanie heurystyczne

Krzyżowanie heurystyczne jest operatorem w swym działaniu nieco podobnym do krzyżowania arytmetycznego, również powodując modyfikację genów osobników rodzicielskich (choć nie ich uśrednienie). W związku z tym jest również operatorem, który nie może być stosowany w przypadku kodowania binarnego.


Operator krzyżowania heurystycznego jest dość nietypowy, gdyż tworzy maksymalnie jednego potomka. Powyższe stwierdzenie oznacza, że może w ogóle nie utworzyć osobnika potomnego. Osobnik potomny jest tworzony jako liniowa kombinacja genów osobników rodzicielskich:

$$Y = X^2 + k(X^2 - X^1)$$

gdzie  $k$  jest liczbą pseudolosową z przedziału  $[0,1]$  a rodzic  $X^2$  jest nie gorszy niż rodzic  $X^1$  (wartość funkcji celu  $f(X^2) \geq f(X^1)$ ). Jeśli utworzony potomek nie jest dopuszczalny wówczas generuje się nową wartość  $k$  i tworzy innego potomka. Jeżeli po  $m$  próbach<sup>2</sup> operator nie utworzy osobnika dopuszczalnego to potomek nie jest w ogóle tworzony. W takim przypadku zaleca się dodatkowo skorzystanie z innego operatora krzyżowania.

## Program *Evolutionary Algorithms*

Program *Evolutionary Algorithms* został opisany (w zakresie algorytmów ewolucyjnych) w instrukcji do laboratorium numer 1. W razie potrzeby sięgnij do tej instrukcji. Pamiętaj o ważnych elementach związanych z funkcjonowaniem programu – są one przypomniane poniżej:

 Zawsze rozpoczynając pracę z programem należy sprawdzić, czy:

- liczba zmiennych projektowych wynosi 2 (*Data -> Number of variables*);
- nie ma przypadkowo wprowadzonych ograniczeń liniowych oraz nieliniowych (*Data -> Linear/Nonlinear constraints*).

<sup>1</sup> Przestrzeń poszukiwań (ang. *search space*) to zbiór wszystkich możliwych rozwiązań danego problemu.

<sup>2</sup> Parametr  $m$  nazywany jest też *wskaźnikiem cierpliwości krzyżowania heurystycznego*.

## Do wykonania

Przeprowadź obliczenia dla następujących funkcji:

Funkcja nr 1:

$$f_1(x, y) = 8 / \left( 1 + \sqrt{(x-6) \cdot (x-6) + (y-6) \cdot (y-6)} \right) + \\ + 5 / \left( 1 + \sqrt{(x-3) \cdot (x-3) + (y-3) \cdot (y-3)} \right)$$

Ograniczenia na zmienne:  $0 < x < 10$ ,  $0 < y < 10$ .

Funkcja nr 2 (funkcja Rastrigina<sup>1</sup>):

$$f_2(x, y) = 30 - (x \cdot x - 10(\cos(2 \cdot \pi \cdot x))) - (y \cdot y - 10(\cos(2 \cdot \pi \cdot y)))$$

Ograniczenia na zmienne:  $-5 < x < 5$ ,  $-5 < y < 5$ .

**A.** Wpisz funkcję nr 1 oraz:

- Przyjmij liczebność populacji (*population size*) równą **20** i liczbę pokoleń (*Last generation*) równą **50**.
- Wprowadź następujące parametry:
  - ♦ mutacja równomierna (*uniform mutation*),  $p_{um}=0.03$ ;
  - ♦ pozostałe operatory mutacji nieaktywne;
  - ♦ funkcja kary: kara śmierci (*death penalty*);
  - ♦ selekcja: turniejowa (*tournament selection*),  $p_{ts}=0.1$ .
- Przeprowadź **trzykrotnie** obliczenia dla następujących operatorów krzyżowania:
  - ♦ jedynie krzyżowanie proste (*simple crossover*),  $p_{sc}=0.3$ ;
  - ♦ jedynie krzyżowanie arytmetyczne (*arithmetic crossover*),  $p_{ac}=0.3$ ;
  - ♦ jedynie krzyżowanie heurystyczne (*heuristic crossover*),  $p_{hc}=0.3$ ;
  - ♦ wszystkie powyższe ( $p_{sc}=0.1$ ,  $p_{ac}=0.1$ ,  $p_{hc}=0.1$ ).
- Wypełnij tabelę 1.

**!** Dla każdego wiersza tabeli oprócz wpisania do niej odpowiednich wartości skopiuj do dowolnego folderu (na dysku lub przenośnym nośniku danych) plik z najlepszymi osobnikami w danym pokoleniu (*bes\_popu.dat*). Jeśli zapomnisz zapisać plik dla danego wiersza tabeli – powtórz obliczenia i zapisz odpowiedni plik, gdyż wyniki w tabeli muszą się zgadzać z plikami.

---

<sup>1</sup> Funkcja Rastrigina (tu: dla 2 zmiennych) jest jedną z typowych funkcji testowych, tj. takich, na których testuje się działanie różnych algorytmów optymalizacji – między innymi algorytmów ewolucyjnych. Funkcja ta ma wiele ekstremów, w tym jedno globalne (w oryginale – w punkcie  $x_i=0$ ,  $i=1 \dots n$  o wartości 0). W niniejszym przykładzie wykorzystano funkcję Rastrigina z przeciwnym niż „normalnie” znakiem – w oryginalnej funkcji poszukuje się jej minimum lokalnego, a jak pamiętasz algorytmy ewolucyjne „ze swej natury” poszukują maksimum globalnego. Ponadto do oryginalnej funkcji dodano stałą wartość równą 50, by (w związku z wymogami programu) sprostać założeniu, że funkcja celu jest dodatnia w całej dziedzinie.

B. Wpisz funkcję nr 2 oraz:

- Przyjmij liczebność populacji (*population size*) równą **30** i liczbę pokoleń (*Last generation*) równą **100**.
- Wprowadź następujące parametry:
  - ♦ mutacja równomierna (*uniform mutation*),  $p_{um}=0.03$ ;
  - ♦ pozostałe operatory mutacji nieaktywne;
  - ♦ funkcja kary: kara śmierci (*death penalty*);
  - ♦ selekcja: turniejowa (*tournament selection*),  $p_{ts}=0.1$ .
- Przeprowadź **trzykrotnie** obliczenia dla następujących operatorów krzyżowania:
  - ♦ jedynie krzyżowanie proste (*simple crossover*),  $p_{sc}=0.3$ ;
  - ♦ jedynie krzyżowanie arytmetyczne (*arithmetic crossover*),  $p_{ac}=0.3$ ;
  - ♦ jedynie krzyżowanie heurystyczne (*heuristic crossover*),  $p_{hc}=0.3$ ;
  - ♦ wszystkie powyższe ( $p_{sc}=0.1$ ,  $p_{ac}=0.1$ ,  $p_{hc}=0.1$ ).
- Wypełnij tabelę 2.

## Sprawozdanie

- Sprawozdanie ma być dostarczone wyłącznie w formie elektronicznej.
- Nazwa pliku wg wzorca: OE\_lab3\_Jan\_Iksinski.doc/pdf.
- Strona pierwsza to strona tytułowa.
- W sprawozdaniu należy zamieścić:
  1. Cel ćwiczenia.
  2. Optymalizowane funkcje (w tym ich postaci graficzne) oraz ograniczenia na zmienne.
  3. Parametry AE.
  4. Skan/fotografię protokołu.
  5. Wykresy wartości funkcji celu najlepszych osobników w kolejnych pokoleniach (po 12 na jednym wykresie) wygenerowane na podstawie posiadanych plików oraz wartości uśrednione z 3 przebiegów (po 4 na jednym wykresie).
  6. Wnioski z ćwiczenia z podziałem na wnioski dotyczące funkcji 1, funkcji nr 2 oraz wnioski wspólne dla obu funkcji.

## Literatura i źródła

- [1] J. Arabas: Wykłady z algorytmów ewolucyjnych. WNT, Warszawa, 2003.
- [2] Z. Michalewicz: Algorytmy genetyczne + struktury danych = programy ewolucyjne. WNT, Warszawa, 1996.
- [3] L. Rutkowski: Metody i techniki sztucznej inteligencji. PWN, Warszawa, 2006.
- [4] T. Gwiazda: Algorytmy genetyczne. Kompendium. T. 1. Operator krzyżowania dla problemów numerycznych. Wydawnictwo Naukowe PWN, 2007.
- [5] J. H. Holland: Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control and Artificial Intelligence, MIT Press, Cambridge, 1992 (1975).

## Protokół do laboratorium 3: Wpływ operatorów krzyżowania na skuteczność poszukiwań AE

Imię i nazwisko	Rok ak.	Gr.	Sem.	Komp.	Data	Podpis prowadzącego
_____	20__/__	AB3	I	_____	_____	

Tabela 1. Wyniki dla funkcji pierwszej (dwumodalnej)

L.p.	Rodzaj krzyżowania	Wartość f. celu najlepszego osobnika	x[1]	x[2]	Znaleziono w pokoleniu:
1	proste				
2					
3					
4	arytmetyczne				
5					
6					
7	heurystyczne				
8					
9					
10	p+a+h				
11					
12					

Tabela 2. Wyniki dla funkcji drugiej (wielomodalnej)

L.p.	Rodzaj krzyżowania	Wartość f. celu najlepszego osobnika	x[1]	x[2]	Znaleziono w pokoleniu:
1	proste				
2					
3					
4	arytmetyczne				
5					
6					
7	heurystyczne				
8					
9					
10	p+a+h				
11					
12					

**Notatki** (na drugiej stronie):