

www.kwmimkm.polsl.pl

**OBLICZENIA
EWOLUCYJNE**
wykład 4

www.kwmimkm.polsl.pl

Test: porównanie wydajności kodowania binarnego i zmiennopozycyjnego.

Zadanie sterowania:

$$J = \min \left[x_N^2 + \sum_{k=0}^{N-1} (x_k^2 + u_k^2) \right]$$

STEROWANIE OPTYMALNE - sterowanie automatyczne, w którym następuje ukształtowanie przebiegu sygnału sterującego powodujące maksymalizację lub minimalizację wartości funkcji celu.
(charakteryzującej np. wydajność produkcji albo zużycie paliwa)

Ograniczenia:

$$x_{k+1} = x_k + u_k \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

gdzie: x_0 – stan początkowy;
 $x_k \in R$ – stan;
 $u \in R^N$ – poszukiwany wektor sterowania.

2

www.kwmimkm.polsl.pl

Chromosom \equiv wektor sterowania u

Dziedzina: $\langle -200, 200 \rangle$ dla każdego u_i .

Przyjęto: $x_0=100, N=45 \quad (u = \langle u_0, \dots, u_{44} \rangle)$.

Optimum:

$$J^* = K_0 h_0^2$$

tu: $J^* = 16180.4$

3

www.kwmimkm.polsl.pl

Wersja binarna:

- Każdy element wektora chromosomu zakodowano za pomocą tej samej liczby bitów;
- Każdy chromosom jest wektorem składającym się z N słów;

⊗ Nie pozwala na zwiększenie dokładności bez zwiększenia liczby bitów;

⊗ Przy wzroście rozmiarów dziedziny dokładność maleje przy konieczności zachowania stałej liczby bitów.

4

www.kwmimkm.polsl.pl

Wersja zmiennopozycyjna:

- Każdy chromosom to wektor liczb zmiennopozycyjnych o długości zgodnej z wektorem rozwiązania;
- Operatory określono tak, by każdy element chromosomu mieścił się w wymaganym zakresie.

⊗ Pozwala uwzględnić bardzo duże dziedziny jak również przypadki o nieznanym dziedziny;

⊗ Łatwiej jest zaprojektować specjalistyczne narzędzia ułatwiające postępowanie w przypadku nietrywialnych ograniczeń.

5

www.kwmimkm.polsl.pl

Porównywalność algorytmów:

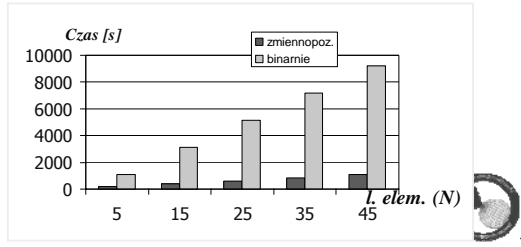
- Stała liczebność populacji (60 osobników)
- Stała liczba pokoleń (20 000)
- W reprezentacji binarnej użyto 30 bitów do zakodowania jednej zmiennej, co daje:
 $30 \cdot 45 = 1350$ bitów w chromosomie.
- Mimo użycia różnych operatorów (co wynika ze sposobu kodowania zadania i może powodować różnice w interpretacji) parametry programu dobrano tak, by wyniki mogły zostać uczciwie porównane.

(np. w przypadku reprezentacji binarnej użyto klasycznych operatorów, jednak zezwolono na krzyżowanie tylko pomiędzy elementami).

6

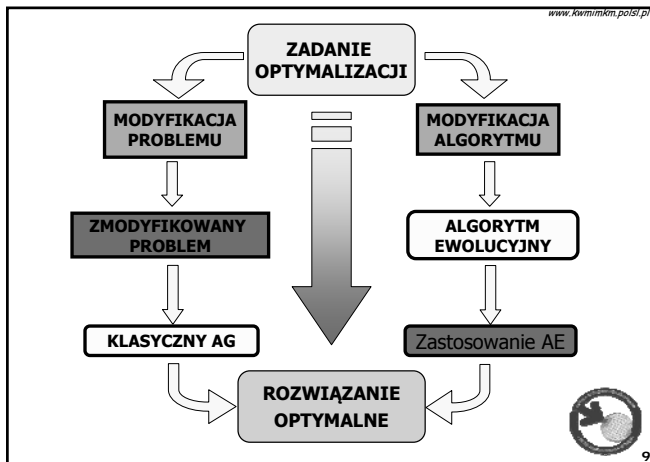
Wyniki:

L. elementów (<i>N</i>)	Czas CPU [s]	
	zmiennopoz.	binarnie
5	184	1080
15	398	3123
25	611	5137
35	823	7177
45	1072	9221



Wnioski z testów:

- Reprezentacja zmiennopozycyjna jest szybsza.
- Reprezentacja zmiennopozycyjna jest stabilniejsza (daje bardziej zbliżone wyniki w różnych przebiegach).
- Reprezentacja zmiennopozycyjna jest dokładniejsza (szczególnie w większych dziedzinach).
- Działanie algorytmów (szybkość, zbieżność) można poprawić wprowadzając specjalne operatory.
- W przypadku kodowania binarnego dla dużych dziedzin i wymaganej większej dokładności różnice w czasach obliczeń powiększają się.



Modyfikacje:

- łańcuchy o zmiennej długości;
- struktury bogatsze od łańcuchów (np. macierze);
- zmodyfikowane operatory;
- nowe operatory (inwersja, klonowanie, itp.);
- inna niż binarna reprezentacja zadania;
- „pamięć” chromosomu;
- ...

„zmieniony AG”, „ulepszony AG”, „zmodyfikowany AG”,

...

Różnorodne programy opierające się na zasadzie ewolucji mogą się różnić:

- strukturą danych;
- operatorami;
- metodami tworzenia populacji początkowej;
- sposobami uwzględniania ograniczeń zadania;
- parametrami.

Zasada działania nie zmienia się:

populacja osobników podlega pewnej transformacji zaś osobniki starają się przetrwać w procesie ewolucji.

AG → AE

ALGORYTMY EWOLUCYJNE

Rozwinięcie idei klasycznych AG w kierunku systemów bardziej skomplikowanych, zawierających:

- odpowiednie struktury danych (kodowanie);
- odpowiednie operatory.

Słabość AE – podstawy teoretyczne:

- tylko dla czystych AG istnieje tw. o schematach;
- w innych podejściach tylko w niektórych przypadkach można wykazać teoretycznie ich zbieżność (np. strategie ewolucyjne stosowane do zadań regularnych).

Zwykle jednak tylko uzyskujemy interesujące wyniki...

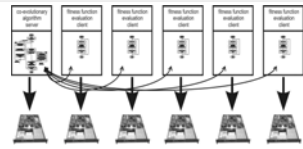
Równoległość AG i AE:

www.kwmimkm.polsl.pl

„W świecie, w którym algorytmy sekwencyjne są przerabiane na równoległe za pomocą niezliczonych sztuczek i łamańców, jest niemałą ironią, że AG (algorytmy wysoko równoległe) są przerabiane na sekwencyjne za pomocą równie nienaturalnych sztuczek i wykrętów”

Goldberg, 1995

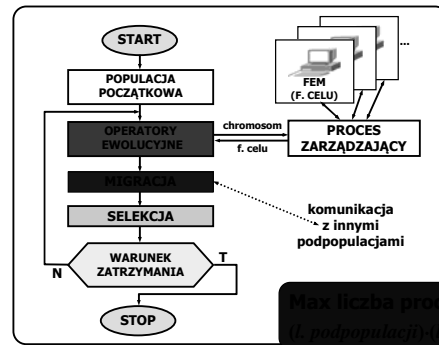
Rozproszony AE – znaczące przyspieszenie obliczeń



13

Rozproszony AE, autor: Waclaw KUŚ:

www.kwmimkm.polsl.pl



14

Dla danego problemu można określić wiele sposobów kodowania i zdefiniować szereg operatorów (np. zadanie komiwojażera).

www.kwmimkm.polsl.pl

AE to rozwinięcie i uogólnienie AG.

Należy jednoznacznie określić:

- schemat działania AE;
- metodę selekcji;
- sposób kodowania i operatory genetyczne;
- środowisko działania AE.



15

procedure Algorytm_Ewolucyjny

```

begin
  t:=0
  wybierz populację początkową P(t)
  oceń P(t)
  while (not warunek_zakończenia) do
  begin
    wybierz T(t) z P(t) (reprodukcja)
    utwórz O(t) z T(t) (działanie operatorów ewolucyjnych)
    oceń O(t)
    utwórz P(t+1) z O(t) i P(t) (sukcesja)
    t:=t+1
  end
end
  
```

T – temporary - tymczasowy
O – offspring - potomny

www.kwmimkm.polsl.pl

16

SELEKCJA

=

REPRODUKUCJA
(preselekcja)

+

SUKCESJA
(postselekcja)

```

procedure Algorytm_Ewolucyjny
begin
  t:=0
  wybierz populację początkową P(t)
  oceń P(t)
  while (not warunek_zakończenia) do
  begin
    wybierz T(t) z P(t) (reprodukcja)
    utwórz O(t) z T(t) (operatorzy)
    oceń O(t)
    utwórz P(t+1) z O(t) i P(t) (sukcesja)
    t:=t+1
  end
end
  
```

Reprodukcja – tworzenie populacji tymczasowej $T(t)$, która jest poddawana działaniu operatorów genetycznych tworząc populację potomną $O(t)$.

Sukcesja – tworzenie nowej populacji bazowej $P(t+1)$ z populacji potomnej $O(t)$ oraz starej populacji bazowej $P(t)$.



17

Napór selekcyjny (selektywny nacisk):

Tendencja algorytmu do poprawiania wartości średniej przystosowania.

Algorytm charakteryzuje się tym większym naporem selekcyjnym, im większa jest oczekiwana liczba kopii lepszego osobnika w porównaniu z oczekiwaną liczbą kopii osobnika gorszego.



18

Twarda (brutalna) **selekcja** – wybór do populacji potomnej i powielanie tylko **najlepszego** osobnika (metoda stochastycznego wzrostu).

Przyjęcie **jednakowego prawdopodobieństwa** - algorytm błędzi przypadkowo (**brak selekcji**).

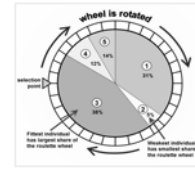
W AE - metoda pośrednia, zwana „**miękką selekcją**”.



19

METODY REPRODUKCJI

KOŁO RULETKI



– jak w AG...

REPRODUKCJA TURNIEJOWA

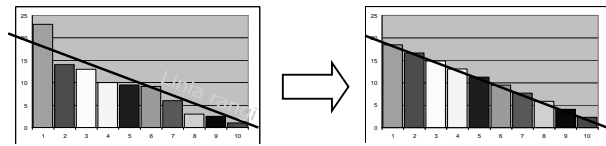
- Wybór k osobników (*rozmiar turnieju, zwykle $k=2$*) i selekcja najlepszego z grupy.
- Powtarzane pop_size razy.



20

REPRODUKCJA RANKINGOWA

Szeregowanie osobników według wartości przystosowania i selekcja zgodnie z kolejnością (wg tzw. *linii rangi*):



- ☺ zapobiega powstawaniu superosobników;
- ☹ pomija informację o względnych ocenach osobników.



21

METODY SUKCESJI

SUKCESJA TRYWIALNA

(z całkowitym zastępowaniem)

Nową populacją bazową staje populacja potomna:

$$P(t+1) = O(t)$$

(jak w AG).

- ☺ Najbardziej odporna na przedwczesną zbieżność.
- ☹ Najwolniej prowadzi do rozwiązania optymalnego.
- ☹ Może prowadzić do sytuacji, w której nie zawsze najlepsze rozwiązania z populacji $P(t)$ znajdują się w populacji $P(t+1)$;



22

SUKCESJA Z CZĘŚCIOWYM ZASTĘPOWANIEM

W nowej populacji bazowej są osobniki z populacji potomnej i ze starej populacji bazowej

$$P(t+1) = O(t) + P(t)$$

- ☺ Prowadzi zwykle do stabilniejszej pracy AE.
- ☹ Może spowodować tendencję do osiągnięcia maksimów lokalnych.

Mechanizm usuwania (warianty):

- usuwanie najgorzej przystosowanych osobników;
- usuwanie osobników podobnych do potomnych;
- usuwanie losowo wybranych osobników.



23

SUKCESJA ELITARNA

Gwarantuje przeżycie co najmniej najlepszego osobnika poprzez odpowiedni wybór osobników z $P(t)$ do $P(t+1)$

- ☺ Wzrost wielkości elity powoduje przyspieszenie zbieżności algorytmu.
- ☹ Wzrost wielkości elity powoduje większe prawdopodobieństwo osiągnięcia ekstremów lokalnych.

Wartość wielkości elity δ decyduje o naporze selekcyjnym ($\delta=0$ – sukcesja trywialna).

Najkorzystniej – jeden, ew. kilka osobników).



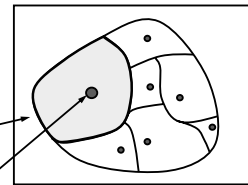
24

EKSPLORACJA I EKSPLOATACJA



25

G – dziedzina funkcji;
 \underline{X} – maksimum lokalne
funkcji przystosowania;



Eksploracja:

Wybranie zbioru $G(\underline{X}^*)$, zawierającego maksimum globalne \underline{X}^* z rodziny obszarów przyciągania ekstremów lokalnych.

Eksploatacja:

Przeszukiwanie obszaru przyciągania $G(\underline{X})$ w celu wyznaczenie maksimum lokalnego \underline{X} (sprowadza się do zadania optymalizacji lokalnej).



26

- Najczęściej informacja o rodzinie obszarów przyciągania i wartości funkcji przystosowania w maksimach lokalnych nie jest dostępna, a jej pozyskanie jest bardzo kosztowne.
- Zadanie optymalizacji globalnej jest nierozwiązywalne (w ogólnym przypadku, w dokładnym sensie).
- Poszukuje się metod optymalizacji prowadzących do uzyskania dobrych rozwiązań przybliżonych z akceptowalnym kosztem – jak algorytmy ewolucyjne.



27

OCENA DZIAŁANIA AE



28

LOSOWOŚĆ W AE

Różne zachowanie algorytmu w niezależnych uruchomieniach przy jednakowych ustawieniach parametrów i identycznych populacjach początkowych...

Losowość jest wprowadzana w AE:

- Podczas generowania populacji początkowej.
- W procesie wyboru populacji potomnej na drodze reprodukcji (ukierunkowanie działania AE).
- Podczas działania operatorów ewolucyjnych (próbkowanie przestrzeni roboczej).



29

- Należy dokonać wielu niezależnych uruchomień dla losowej próby różnych populacji bazowych $P(0)$.
- W przypadku wielu uruchomień dla tej samej populacji $P(0)$ można mówić o właściwościach danego algorytmu dla konkretnej populacji początkowej.
- Porównywane dwa algorytmy: wskazane jest aby próba ta była taka sama (dla każdej losowej populacji początkowej uruchamia się dwa porównywane algorytmy).

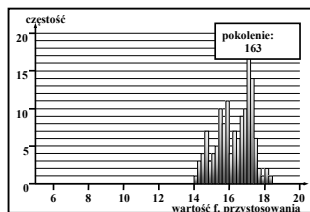


30

ANALIZA STATYSTYCZNA:

www.kwmimkm.polsl.pl

- Analiza wartości oczekiwanej i odchylenia standardowego wartości przystosowania w populacji bazowej.
- Uwzględnienie informacji o min. i max. osiągniętej wartości.
- Uwzględnienie informacji o liczbie przypadków niewiele różnych od najlepszego.
- Prezentacja wyników w postaci histogramu pozwala ocenić właściwości rozkładu, które mogą umknąć przy analizie ograniczonej jedynie do statystyki liczbowych.

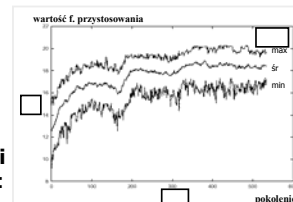


KRZYWE ZBIEŻNOŚCI

www.kwmimkm.polsl.pl

- Są wykresem zmian wartości rozwiązania roboczego (średniego, najlepszego, najgorszego) w czasie.
- Kreśli się je:
 - dla pojedynczego uruchomienia algorytmu;
 - dla wielu niezależnych uruchomień.

(Uśrednione – bardziej reprezentatywne, lecz gubi się niektóre informacje o zachowaniu AE w pojedynczych uruchomieniach).



Przykładowe krzywe zbieżności
(dla 1 uruchomienia algorytmu):

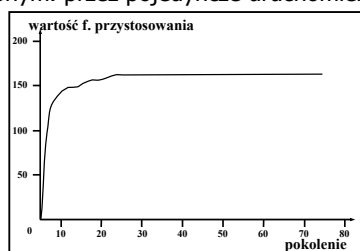
32

Szczególna krzywa zbieżności:

www.kwmimkm.polsl.pl

Wykres zmian w kolejnych pokoleniach wartości przystosowania najlepszego osobnika znalezionej od początku działania AE.

Po zakończeniu działania AE osobnik ten jest rozwiązaniem wyznaczonym przez pojedyncze uruchomienie AE.



33

KOSZT SYMULACJI A LICZBA POKOLEŃ

www.kwmimkm.polsl.pl

- W wielu metodach optymalizacji koszt jest utożsamiany z liczbą iteracji metody (*przetwarzane jest jedno rozwiązanie*).
- W przypadku algorytmów ewolucyjnych liczba obliczeń wartości funkcji przystosowania w pojedynczej iteracji algorytmu ewolucyjnego jest zależna od liczności populacji potomnej (*przetwarzana jest populacja rozwiązań*).

Np.: **100** iteracji (pokoleń) i 10 osobników
100 iteracji (pokoleń) 1000 osobników



34

KRYTERIA ZATRZYMANIA AE

www.kwmimkm.polsl.pl



35

- Dowody zbieżności są znane jedynie dla pewnych szczególnych przypadków funkcji przystosowania (takich jak funkcja kwadratowa).
- Optymalne kryterium - stwierdzenie, że rozwiązanie wygenerowane przez AE jest dostatecznie dobrym przybliżeniem maksimum globalnego funkcji celu.
- To implikuje znajomość tego maksimum jeszcze przed rozpoczęciem optymalizacji...

KRYTERIA ZATRZYMANIA:

- Polegające na monitorowaniu wartości funkcji przystosowania osobników generowanych przez algorytm;
- Monitorujące zdolność algorytmu do eksploracji przestrzeni genotypów.



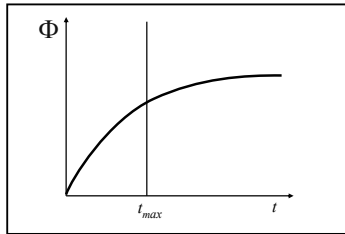
36

MONITOROWANIE WARTOŚCI FUNKCJI PRZYSTOSOWANIA

www.kwmimkn.polsl.pl

Kryterium maksymalnego kosztu

- Algorytm kończy działanie, jeśli koszt algorytmu przekroczy założoną wartość maksymalną K_{max} .
- Wartość K_{max} jest najczęściej związana ze specyfiką zadania.
- Często: przyjęcie pewnej maksymalnej liczby pokoleń algorytmu.



(Czas działania zależy niejawnie od liczby nowych osobników generowanych w każdym pokoleniu!)

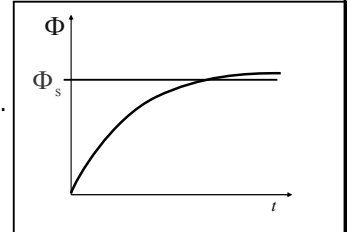
37

Kryterium zadowalającego poziomu funkcji przystosowania

www.kwmimkn.polsl.pl

Zatrzymanie działania gdy AE znajdzie rozwiązanie o wartości funkcji przystosowania Φ_s określonej przez użytkownika jako zadowalająca.

- ⊗ Zwykle nie jest łatwo (bez dostatecznie dobrej znajomości funkcji przystosowania) określić wartość zadowalającą.
- ⊗ AE może działać dowolnie długo (należy dodatkowo określić maksymalny koszt znalezienia rozwiązania).



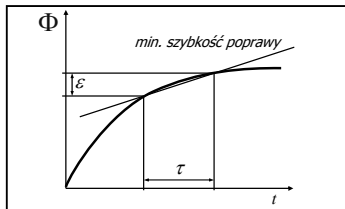
38

Kryterium min. szybkości poprawy

www.kwmimkn.polsl.pl

Algorytm jest zatrzymywany, jeśli w kolejnych τ obliczeniach wartości f. przystosowania nie uda się poprawić wyniku o więcej niż ε .

Często $\varepsilon = 0$ - AE zatrzymywany, jeśli nie uda się uzyskać lepszego rozwiązania w kolejnych τ pokoleniach.



39

MONITOROWANIE ZDOLNOŚCI EKSPLOACYJNYCH

www.kwmimkn.polsl.pl

- Zdolność algorytmu do eksploracji przestrzeni genotypów jest czynnikiem warunkującym odporność algorytmu na ekstrema lokalne.
- Zdolność taka wynika zarówno z różnorodności populacji bazowej, jak również z zasięgu operatora mutacji (jeśli podlega on samoczynnej adaptacji).



40

Kryterium zaniku różnorodności populacji

www.kwmimkn.polsl.pl

Różnorodność:

- wpływa na odporność algorytmu ewolucyjnego na ekstrema lokalne;
- sprawia, że krzyżowanie ma duży zasięg;
- powoduje w efekcie, że algorytm dość szybko generuje nowe rozwiązania.

Zanik różnorodności – przełączenie się na przeszukiwanie ograniczone do niewielkiego obszaru

(zwykle równoważne z eksploatacją obszaru przyciągania jednego ekstremum – niekoniecznie globalnego).



41

Kryterium zatrzymania bazujące na różnorodności populacji wykorzystuje fakt, że obniżenie różnorodności poniżej pewnego poziomu świadczy o przejściu do etapu eksploatacji obszaru przyciągania ekstremum.

Algorytm należy wówczas zatrzymać i wykorzystać pewną metodę lokalną do dokładnego wyznaczenia tego ekstremum.



42

Kryterium zaniku samoczynnie adaptowanego zasięgu operatora mutacji

- Hipoteza (eksperymentalnie potwierdzona), że jeśli w AE stosuje się adaptację zasięgu mutacji, to od pewnego momentu zasięg ten ma trwałą tendencję do zmniejszania się.
- Ograniczenie zasięgu wiąże się z przełączeniem AE na eksploatację znalezionej przestrzeni przyciągania.
- Oblicza się dla populacji bazowej wartość średnią standardowych odchyłeń pamiętanych w genotypach osobników wykorzystywanych podczas mutacji.
- Spadek tej wartości poniżej pewnego progu σ_{min} – zakończenie działania.



43

KODOWANIE I OPERATORY GENETYCZNE



44

DEDYKOWANE OPERATORY GENETYCZNE

- Pozwalają poprawić działanie algorytmu dla pewnej konkretnej klasy zadań (*ściśle związkiem z rozpatrywanym problemem*);
- Powstałe z ich użyciem AE stają się nierzadko konkurencją wobec innych metod rozwiązywania tych zadań;
- Cena – utrata ogólności algorytmu (*dla zadań innej klasy może być on bardzo nieefektywny lub niemożliwy do zastosowania*).

Dyskusja o wyższości jednych operatorów nad innymi sprowadza się najczęściej do przeprowadzenia eksperymentów porównawczych i analizy ich wyników.



45

DOBÓR SPOSOBU KODOWANIA

Jeśli środowisko jest zdefiniowane na podstawie funkcji celu i ograniczeń, to wskazane jest dobranie takiego kodu genetycznego, by:

- każde rozwiązanie zadania dało się reprezentować jako genotyp;
- kodowanie nie wprowadzało dodatkowych ekstremów lokalnych funkcji przystosowania.

DOBÓR OPERATORÓW GENETYCZNYCH

1. Spójność algorytmu ze względu na operacje genetyczne.
2. Brak obciążeń operatorów.



46

SPÓJNOŚĆ ALGORYTMU ZE WZGLĘDU NA OPERACJE GENETYCZNE

- Jest to możliwość wygenerowania dowolnego chromosomu z dowolnego innego, posługując się jedynie operatorami genetycznymi.
- Spełnienie postulatu spójności wyklucza niebezpieczeństwo, że w wyniku niewłaściwej inicjalizacji populacji bazowej algorytm ewolucyjny nie ma możliwości znalezienia optimum globalnego.



47

Przykłady:

- AG z kodowaniem binarnym, krzyżowaniem jednopunktowym i bez operatora mutacji nie spełnia postulatu spójności (*gdy populacja bazowa zawiera kopie tego samego osobnika, to niemożliwe jest wygenerowanie jakiegokolwiek innego osobnika*).
- jeśli jedynym operatorem genetycznym jest mutacja bitowa, to postulat spójności jest spełniony.

BRAK OBCIĄŻEŃ OPERATORÓW

Operator jest obciążony, jeżeli przy braku naporu selekcyjnego niektóre osobniki będą bardziej uprzywilejowane w stosunku do innych.



48