

Numeryczna analiza akustyczna płyty rezonansowej fortepianu

Adam Mrozek

Promotor: prof. dr hab. inż. Tadeusz Burczyński

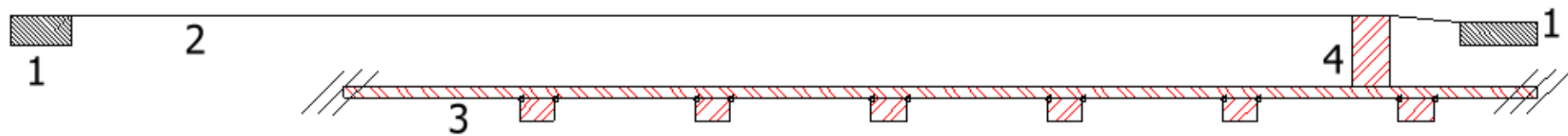
Cel pracy

- zbadanie odpowiedzi częstotliwościowej przy wymuszeniu harmonicznym
- wyznaczenie charakterystyk: amplitudowej i impedancyjnej płyty rezonansowej fortepianu w oparciu o zbudowany model MES

Założenia

- model płyty zawiera uźebrowanie i mostki
- pominięto wpływ drgań obudowy
- drewno jest materiałem ortotropowym
- wyniki mają charakter jakościowy

Konstrukcja



- 1 - rama
- 2 - struna
- 3 - płyta rezonansowa
- 4 - mostek

Konstrukcja c.d.



Odpowiedź częstotliwościowa

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{P}e^{j\omega t} \quad (1)$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{u}e^{j\omega t}$$

$$\dot{\mathbf{x}} = j\omega\mathbf{u}e^{j\omega t} \quad (2)$$

$$\ddot{\mathbf{x}} = -\omega^2\mathbf{u}e^{j\omega t}$$

$$[-\omega^2\mathbf{M} + j\omega\mathbf{B} + \mathbf{K}]\mathbf{u} = \mathbf{P} \quad (3)$$

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{u}}{\mathbf{P}} = \frac{1}{-\omega^2\mathbf{M} + j\omega\mathbf{B} + \mathbf{K}} \quad (4)$$

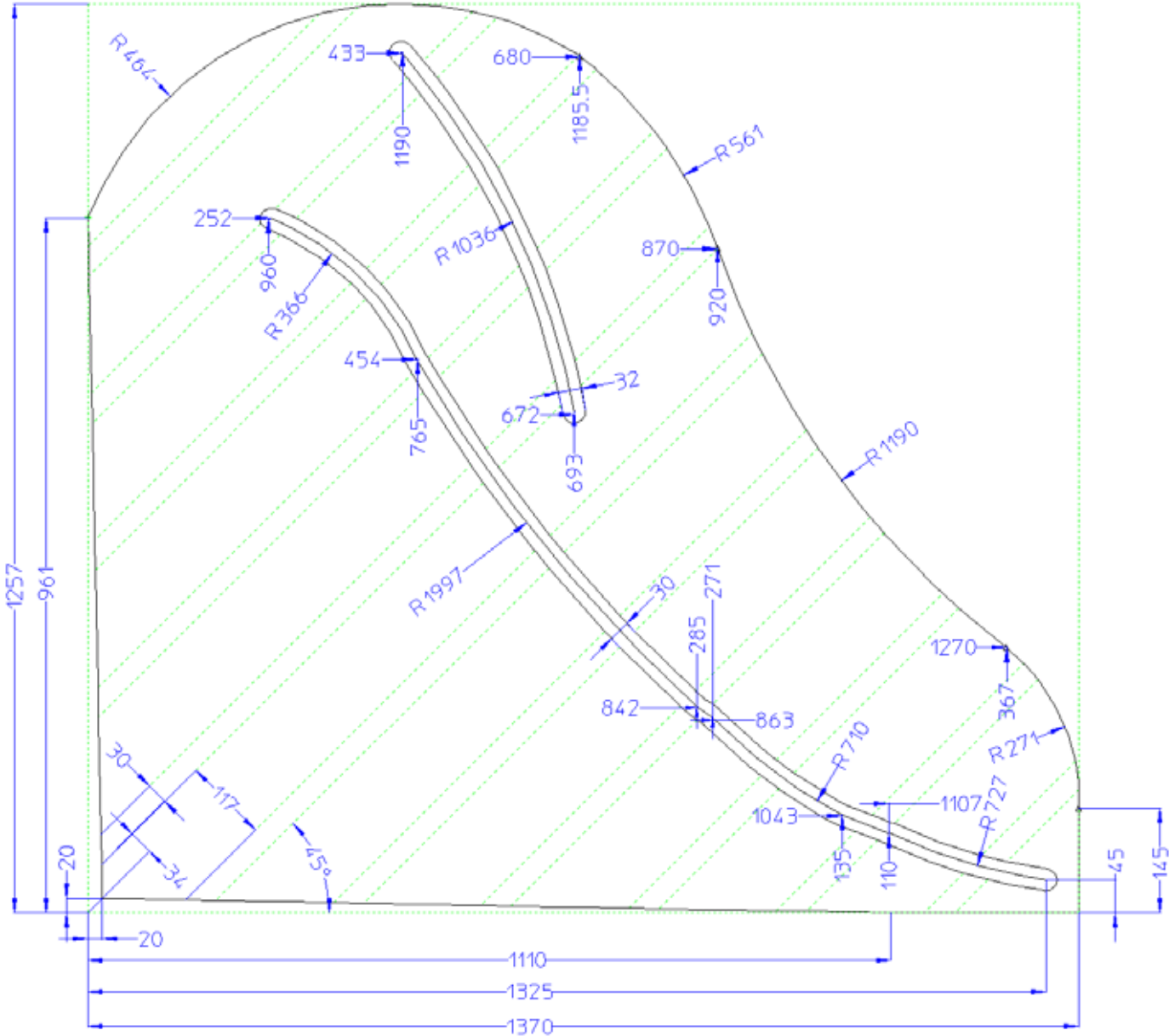
Zagadnienie własne

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = 0 \quad (5)$$

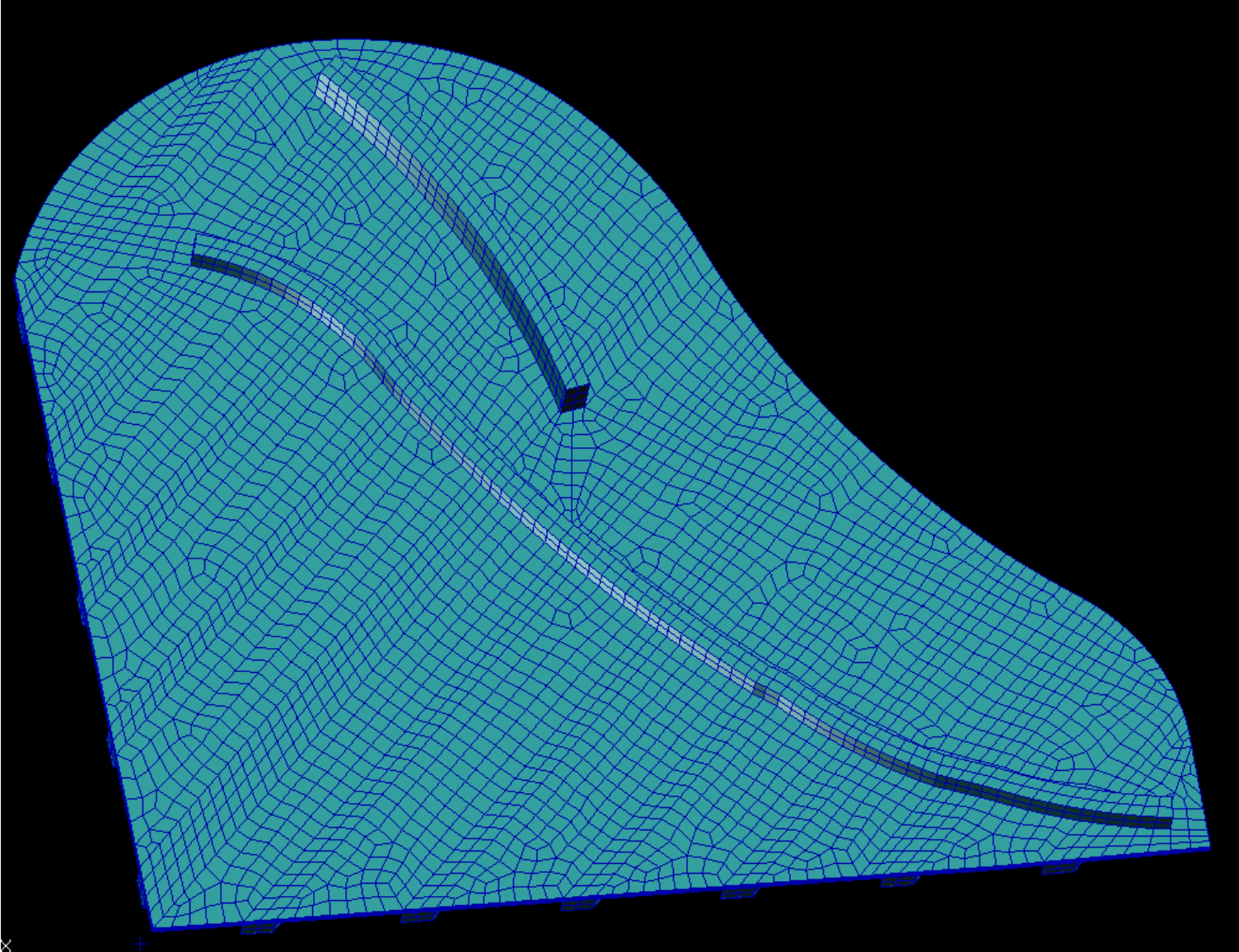
$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \varphi \sin(\omega t) \\ \ddot{\mathbf{x}} &= -\varphi\omega^2 \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (6)$$

$$[\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M}]\varphi = 0 \quad (7)$$

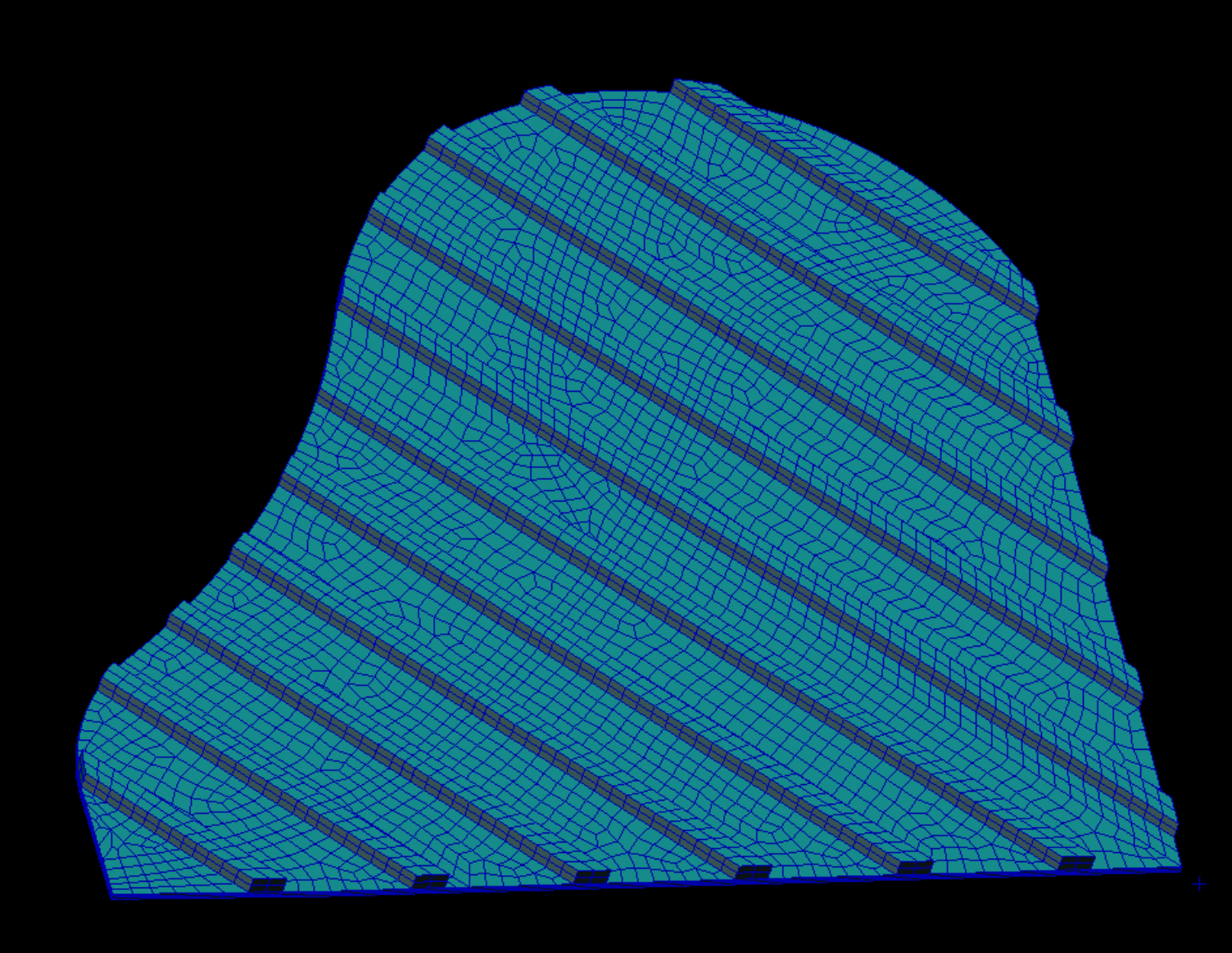
Model płyty rezonansowej



Model płyty rezonansowej c.d.



Model płyty rezonansowej c.d.



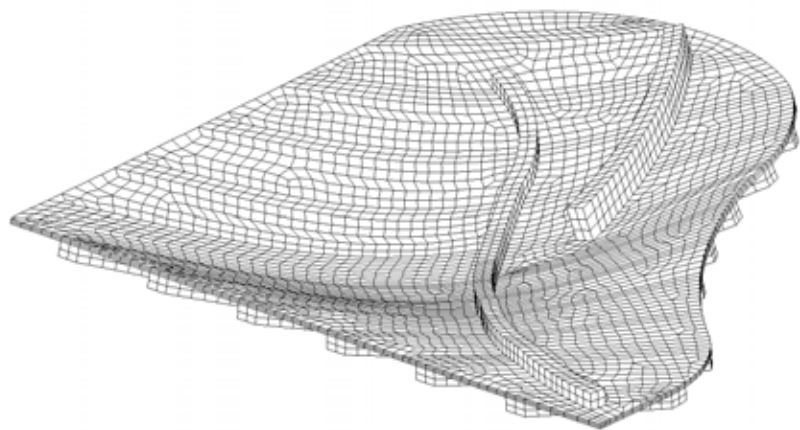
Własności mechaniczne drewna

| Własności | Świerk | Sosna |
|--------------------------|---------------------|---------------------|
| E_L [MPa] | 10890 | 15070 |
| E_R [MPa] | 858 | 1115 |
| E_T [MPa] | 473 | 678 |
| G_{RL} [MPa] | 704 | 829 |
| G_{LT} [MPa] | 671 | 799 |
| G_{RT} [MPa] | 33 | 151 |
| ν_{LR} | 0.372 | 0.392 |
| ν_{LT} | 0.467 | 0.444 |
| ν_{RT} | 0.435 | 0.447 |
| ν_{TR} | 0.245 | 0.387 |
| ν_{RL} | 0.04 | 0.029 |
| ν_{TL} | 0.025 | 0.019 |
| g [N/mm ³] | $3.7 \cdot 10^{-6}$ | $5.9 \cdot 10^{-6}$ |

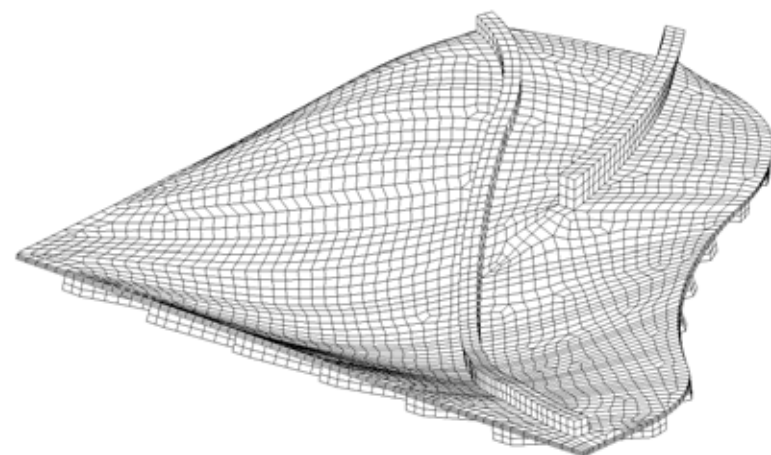
Częstości własne [Hz]

| Nr | Brak strun | Ze strunami | Brak żeber i strun | Połowa żeber |
|----|------------|-------------|-----------------------|-----------------|
| 1 | 71.08 | 108.89 | 40.18 | 63.9 |
| 2 | 131.3 | 170.15 | 60.44 | 117.99 |
| 3 | 166.4 | 197.32 | 87.44 | 149.7 |
| 4 | 196.4 | 254.01 | 95.71 | 176.52 |
| 5 | 232.34 | 303.39 | 122.54 | 207.29 |
| 6 | 279.02 | 324.33 | 149.1 | 247.38 |
| 7 | 318.62 | 374.13 | 159.64 | 275.64 |
| 8 | 341.73 | 398.58 | 178.08 | 299.5 |
| 9 | 359.77 | 427.85 | 196.8 | 315.96 |
| 10 | 394.81 | 440.06 | 211.32 | 348.96 |

Postacie drgań

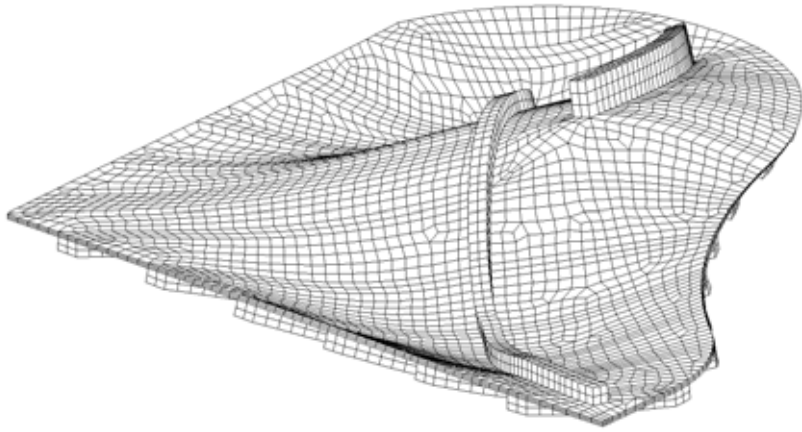


1. postać drgań, 70 Hz

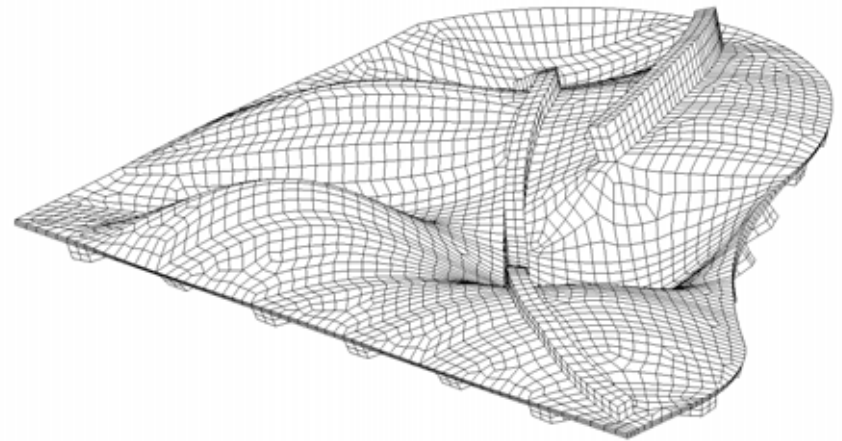


2. postać drgań, 131.3 Hz

Postacie drgań c.d.



4. postać drgań, 196.4 Hz

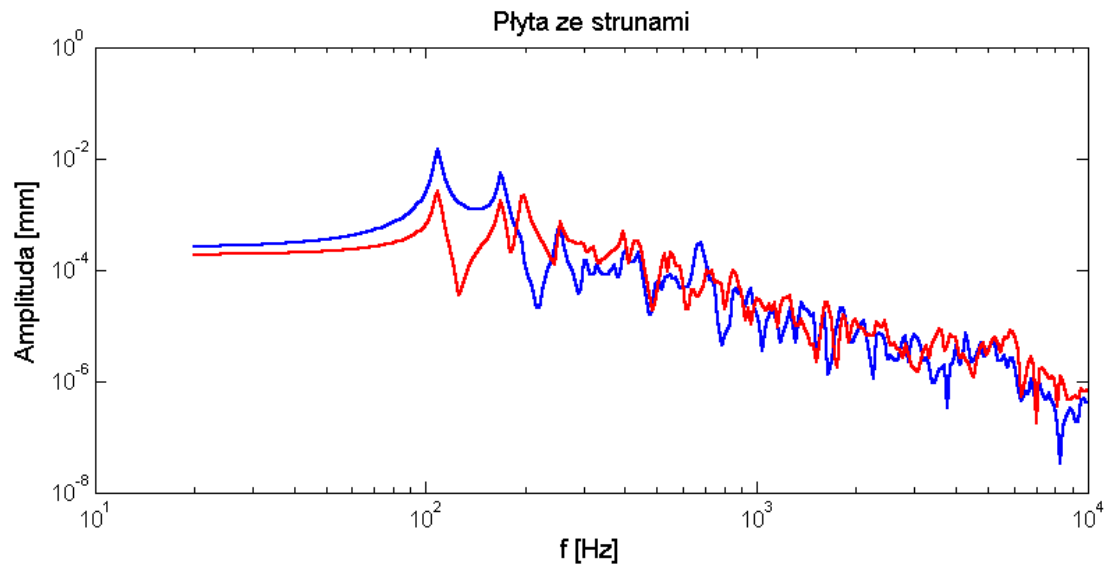
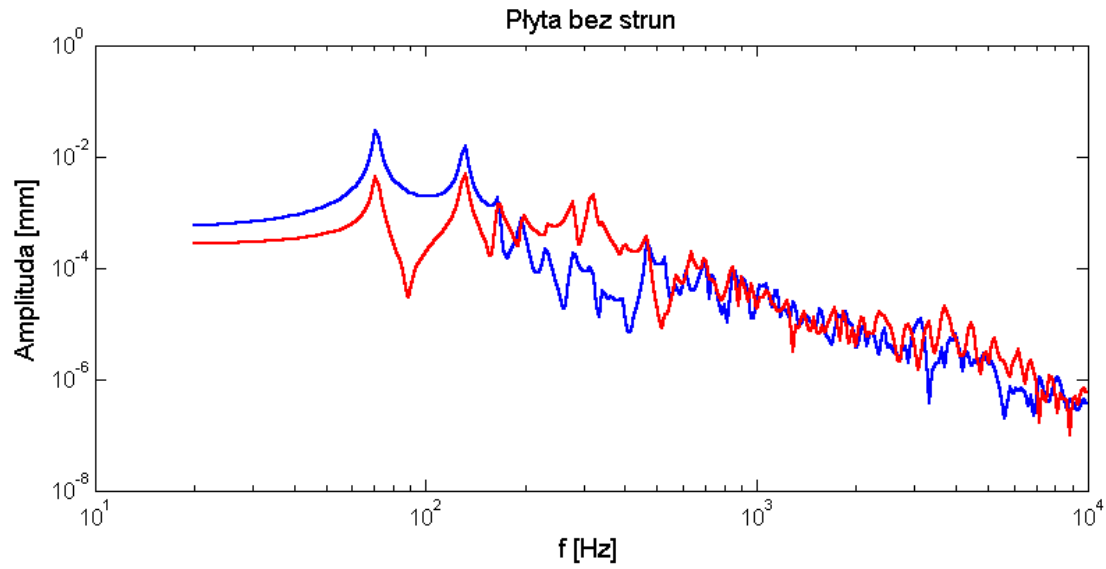


7. postać drgań, 318.6 Hz

Położenia punktów pomiarowych

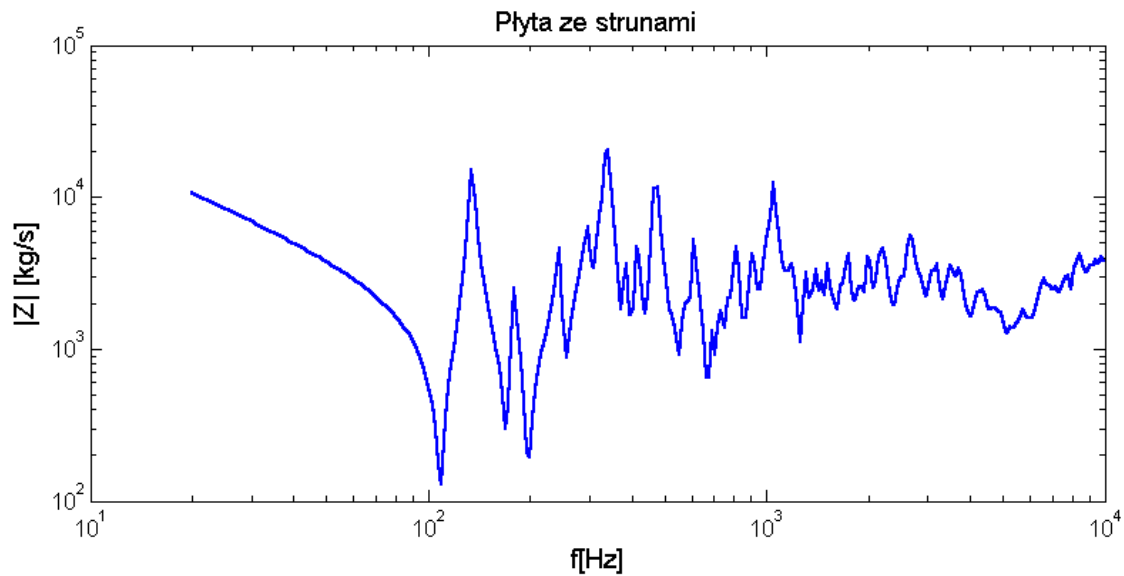
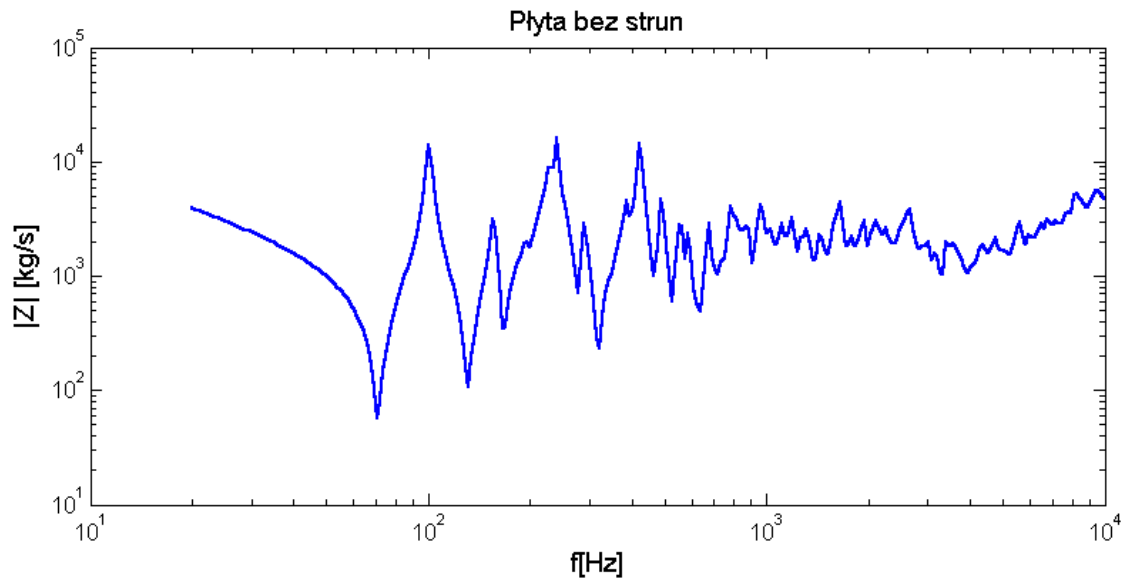


Charakterystyki amplitudowe



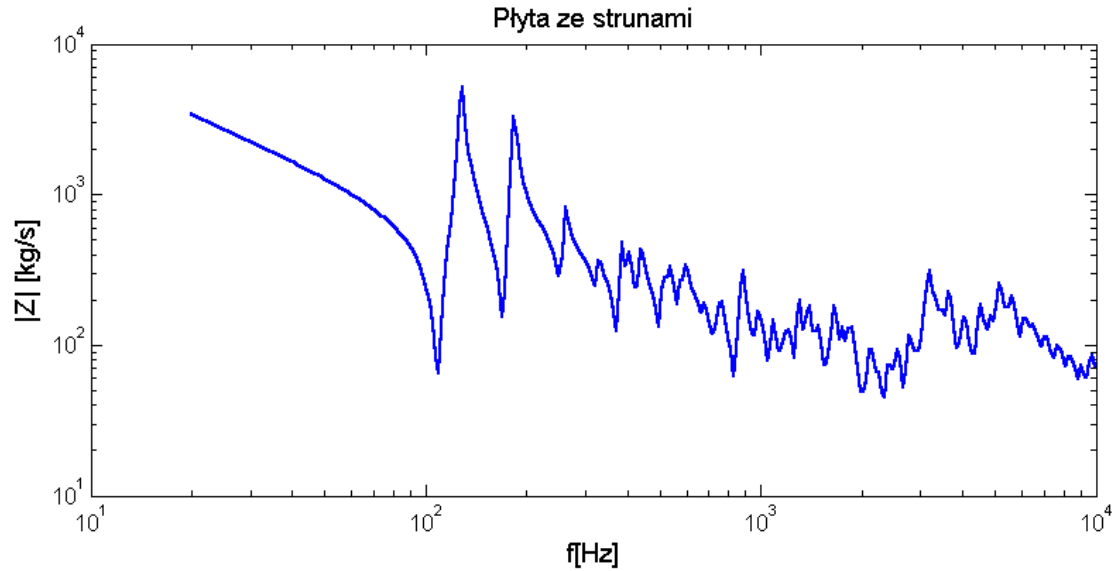
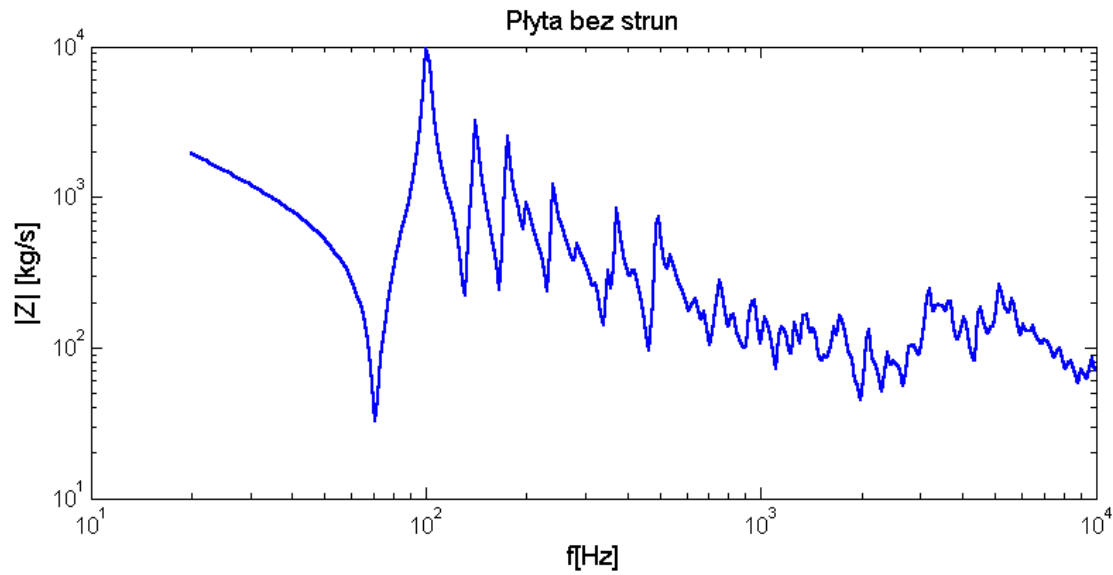
wymuszenie w węźle 14029, wykres niebieski - odpowiedź w węźle 13840, czerwony - w węźle 14171

Charakterystyki impedancyjne



wymuszenie w węźle 14029

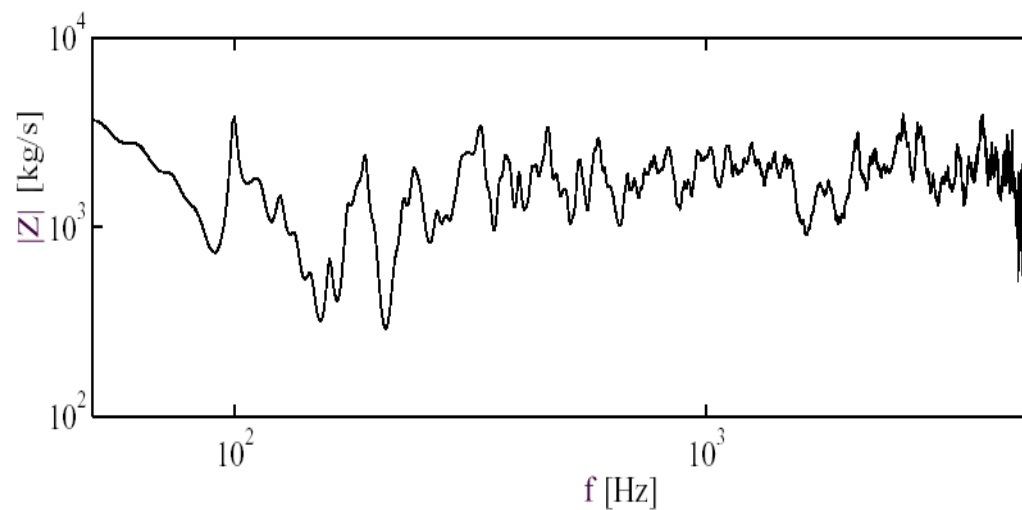
Charakterystyki impedancyjne



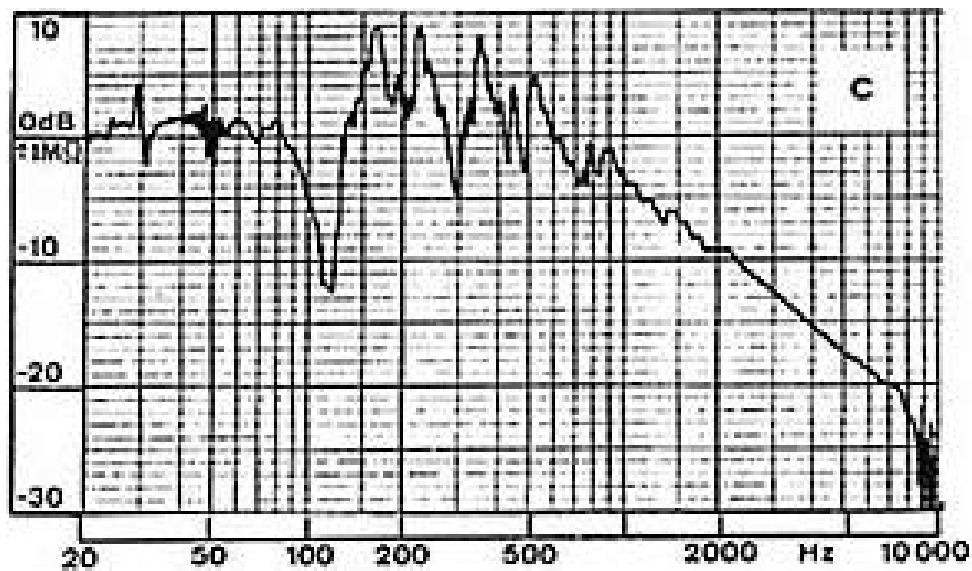
wymuszenie w węźle 2343

Charakterystyki impedancyjne wyznaczone eksperymentalnie [2, 11]

test impulsowy



test harmoniczny



Wnioski

- wyniki analizy numerycznej modelu komputerowego płyty rezonansowej fortepianu cechują się dużym poziomem zgodności z wynikami otrzymanymi na drodze eksperymentalnej,
- bardzo ważnym elementem płyty rezonansowej jest jej uźebrowanie. Od kształtu, liczby oraz sposobu rozmieszczenia żeber zależy sztywność płyty i wartość średnia impedancji, co ma bezpośredni wpływ na stopień sprzężenia płyty ze strunami i końcowy charakter brzmienia instrumentu,
- wraz ze wzrostem częstotliwości płyta ulega podziałowi na większą ilość drgających niezależnie podobszarów, w efekcie czego zmniejsza się efektywność generowania fali akustycznej.
- oddziaływanie napiętych strun na płytę rezonansową, oprócz wywierania nacisku, powoduje zmianę sztywności płyty (poprzez unieruchomienie górnej powierzchni mostków w płaszczyźnie płyty) i wzrost częstotliwości własnych.

Piśmiennictwo

1. Avanzini F., Bank B., Borin G., de Poli G., Fontana F., Rocchesso D.: Musical instrument modeling: the case of the piano. Università degli Studi di Padova, Italy, 2001.
2. Bank B.: Physics-based sound synthesis of the piano. Budapest University of Technology, Hungary, 2000.
3. Engelbrecht J., Maga A., Stulov A.: Grand piano manufacturing in Estonia: the problem of piano scaling. Estonian Academy of Sciences, Estonia, 1995.
4. Fandrich D.: Soundboard technology and manufacture. W: Tone Wood Conference, 2000.
5. Giordano N.: Simple model of a piano soundboard. Journal of the Acoustical Society of America, 1997, 102(2), s. 1159-1168.
6. Gołaś A.: Metody komputerowe w akustyce wnętrza i środowiska. Wydawnictwa AGH. Kraków, 1995.
7. Kruszewski J. i in.: Metoda elementów skończonych w dynamice konstrukcji. Arkady. Warszawa, 1984.
8. Skalmierski B.: Stan naprężenia w płytach rezonansowych a jakość instrumentu. PWN. Warszawa, 1986.
9. Uhl T.: Komputerowo wspomaganą identyfikacją modeli konstrukcji mechanicznych. WNT. Warszawa, 1997.
10. www.fpl.fs.fed.us/EPW/welcome.htm
11. www.speech.kth.se/music/5_lectures
12. www.steinway.com