

# **GRY**

**(część 2)**

# **Gry z naturą**

Natura:

Przeciwnik nierozumny, nie zainteresowany wynikiem gry

Wyboru optymalnej strategii dokonuje się na podstawie jednej z reguł decyzyjnych:

- kryterium Walda
- kryterium Hurwicza
- kryterium Bayesa
- kryterium Savage'a

## Przykład 10.

Rolnik posiadający glebę klasy III ma wybrać pod uprawę jeden z trzech rodzajów zboża.

Plony tych zbóż z 1 ha w kwintalach ( $q$ ), w zależności od warunków pogodowych przedstawione są w macierzy wypłat.

Na podstawie kryterium Walda określić, który z rodzajów zbóż rolnik powinien wybrać pod uprawę.

Gracz 1: Rolnik                      Strategie:

- wybór żyta
- wybór pszenicy
- wybór jęczmienia

Gracz 2: Stan pogody            Strategie: określono cztery rodzaje warunków pogodowych

		Gracz 2.			
		strategie	1	2	3
Gracz 1.	1	20.5	14	11	12
	2	14	28	20	17
	3	11	15	22	16

Tabela 10.1.

## Kryterium Walda

(kryterium ostrożne)

Zakłada, że zajdzie sytuacja najmniej korzystna dla podejmującego decyzję.

$$v = \max_i (\min_j a_{ij})$$

		Gracz 2.				$\min_j a_{ij}$
		strategie	1	2	3	
Gracz 1.	1	20.5	14	11	12	11
	2	14	28	20	17	14
	3	11	15	22	16	11

Tabela 10.2.



$$v = \max_i(\min_j a_{ij}) = \max(11, 14, 11) = 14$$

Rolnik powinien wybrać pod uprawę pszenicę (strategia 2.)

Przykład 11.

Dla danych z Przykładu 10. określić optymalną strategię na podstawie kryterium Hurwicza.

Wybieramy współczynnik ostrożności  $\gamma$ :

$$0 \leq \gamma \leq 1$$

Dla każdej strategii należy obliczyć przeciętną wygraną:

$$v_i(\gamma) = \gamma \cdot \min_j a_{ij} + (1 - \gamma) \cdot \max_j a_{ij}$$

Optymalna strategia:

$$\max_i (v_i(\gamma))$$

Dla  $\gamma = 1$  – kryterium Hurwicza odpowiada kryterium Walda  
(reguła ostrożna)

Dla  $\gamma = 0$  – wybieramy maksymalną z maksymalnych wygranych  
(reguła bardzo hazardowa)

Przyjmujemy:  $\gamma = 0.7$

Strategia 1. (żyto):

$$v_1(0.7) = 0.7 \cdot 11 + (1 - 0.7) \cdot 20.5 = 13.85$$

Strategia 2. (pszenica):

$$v_2(0.7) = 0.7 \cdot 14 + (1 - 0.7) \cdot 28 = 18.2$$

Strategia 3. (jęczmień):

$$v_3(0.7) = 0.7 \cdot 11 + (1 - 0.7) \cdot 22 = 14.3$$

$$\max(v_1, v_2, v_3) = \max(13.85, 18.2, 14.3) = 18.2$$

Rolnik powinien wybrać pszenicę (strategia 2.).

## Przykład 12.

Dla danych z Przykładu 10. określić optymalną strategię na podstawie kryterium Bayesa.

Wybieramy strategię, która daje największą przeciętną wygraną.

Założenie:

wszystkie stany pogody są jednakowo prawdopodobne.

Wygrana przeciętna:

$$v_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m a_{ij}$$

Optymalna strategia:

$$\max_i (v_i)$$

Strategia 1. (żyto):

$$v_1 = \frac{20.5 + 14 + 11 + 12}{4} = 14.375$$

Strategia 2. (pszenica):

$$v_2 = \frac{14 + 28 + 20 + 17}{4} = 19.75$$

Strategia 3. (jęczmień):

$$v_3 = \frac{11 + 15 + 22 + 16}{4} = 16$$

$$\max(v_1, v_2, v_3) = \max(14.375, 19.75, 16) = 19.75$$

Rolnik powinien wybrać pszenicę (strategia 2.).



Uwaga!!!

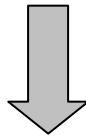
Jeżeli znane są prawdopodobieństwa występowania poszczególnych strategii Gracza 2. (stanów natury), przeciętną wygraną oblicza się jako średnią ważoną:

$$v_i = \sum_{j=1}^m a_{ij} \cdot q_j$$

### Przykład 13.

Dla danych z Przykładu 10. określić optymalną strategię na podstawie kryterium Savage'a.

Minimalizacja strat wynikłych z podjęcia przez Gracza 1. decyzji gorszej, niż najlepsza możliwa dla danej strategii Gracza 2.



Wybór strategii, dla której strata relatywna jest najmniejsza.

Strata relatywna:

$$\alpha_{ij} = \max_i a_{ij} - a_{ij}$$

Dla strategii 1. Gracza 2.:

$$\max_1 a_{i1} = 20.5$$

$$\alpha_{11} = 20.5 - 20.5 = 0$$

$$\alpha_{21} = 20.5 - 14 = 6.5$$

$$\alpha_{31} = 20.5 - 11 = 9.5$$

Dla strategii 2. Gracza 2.:

$$\max_2 a_{i2} = 28$$

$$\alpha_{12} = 28 - 14 = 14$$

$$\alpha_{22} = 28 - 28 = 0$$

$$\alpha_{32} = 28 - 15 = 13$$

Dla strategii 3. Gracza 2.:

$$\max_3 a_{i3} = 22$$

$$\alpha_{13} = 22 - 11 = 11$$

$$\alpha_{23} = 22 - 20 = 2$$

$$\alpha_{33} = 22 - 22 = 0$$

Dla strategii 4. Gracza 2.:

$$\max_4 a_{i4} = 17$$

$$\alpha_{14} = 17 - 12 = 5$$

$$\alpha_{24} = 17 - 17 = 0$$

$$\alpha_{34} = 17 - 16 = 1$$

Macierz strat relatywnych:

		Gracz 2.			
		strategie	1	2	3
Gracz 1.	1	0	14	11	5
	2	6.5	0	2	0
	3	9.5	13	0	1

Tabela 13.1.



Dla każdej strategii Gracza 1. określamy maksymalną stratę.

Macierz strat relatywnych:

		Gracz 2.				$\max_j a_{ij}$
		strategie	1	2	3	
Gracz 1.	1	0	14	11	5	14
	2	6.5	0	2	0	6.5
	3	9.5	13	0	1	9.5

Tabela 13.2.

$$\min_i(\max_j a_{ij}) = \min(14, 6.5, 9.5) = 6.5$$

Rolnik powinien wybrać pszenicę (strategia 2.), ponieważ dla niej straty są najmniejsze.