

## Metody komputerowe w edukacji technicznej – rozwiązywanie równań różniczkowych II rzędu $ay''+by'+cy=f(x)$ metodą różnic skończonych

Podaj współczynniki  $a, b, c$  występujące w równaniu różniczkowym

Podaj liczbę przedziałów  $n$

Podaj warunki brzegowe

Dla lewego brzegu :

wartosc  $x_{\text{lewy brzeg}}$  oraz wartosc  $y$

Dla prawego brzegu :

wartosc  $x_{\text{prawy brzeg}}$  oraz wartosc pierwszej pochodnej  $y'$

Oblicz krok  $h$

$$h = \frac{x_{\text{prawy brzeg}} - x_{\text{lewy brzeg}}}{n}$$

Oblicz parametry  $A, B, C$  wg wzorów

$$A = \frac{a}{h^2} - \frac{b}{2h}$$

$$B = c - \frac{2a}{h^2}$$

$$C = \frac{a}{h^2} + \frac{b}{2h}$$

Utwórz macierz główną o następującej postaci

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ A & B & C & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A & B & C & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A & B & C & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & A & B & C \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\frac{1}{h} & \frac{1}{h} \end{bmatrix}$$

oraz wektor wyrazów wolnych

$$B = \begin{bmatrix} y \\ f(x_1) \\ f(x_2) \\ \dots \\ f(x_{n-1}) \\ y' \end{bmatrix}$$

Macierz główna jest macierzą trójpasmową

Do rozwiązania układu równań zastosować metodę Thomasa

Trójpasmowy układ równań ma postać :

$$\begin{bmatrix} b_1 & c_1 & & & & & & \\ a_2 & b_2 & c_2 & & & & & \\ & a_3 & b_3 & c_3 & & & & \\ & & & & \ddots & & & \\ & & & & & a_{n-1} & b_{n-1} & c_{n-1} \\ & & & & & & a_n & b_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \vdots \\ d_{n-1} \\ d_n \end{bmatrix}$$

przy czym  $a_1 = 0$  oraz  $c_n = 0$

Algorytm metody Thomasa

$$\text{Oblicz } \beta_1 = -\frac{c_1}{b_1}$$

$$\text{Oblicz } \gamma_1 = \frac{d_1}{b_1}$$

Dla  $i = 2, 3, \dots, n$

$$\begin{cases} \text{Oblicz } \beta_i = -\frac{c_i}{a_i\beta_{i-1} + b_i} \\ \text{Oblicz } \gamma_i = \frac{d_i - a_i\gamma_{i-1}}{a_i\beta_{i-1} + b_i} \end{cases}$$

Podstaw  $x_n = \gamma_n$

Dla  $i = n-1, n-2, \dots, 1$

$$\text{Oblicz } x_i = \beta_i x_{i+1} + \gamma_i$$