



# Modelowanie rozkładu temperatur w tkance biologicznej poddanej działaniu lasera

Wykonał: **Andrzej Fizia**

Promotor: **Prof. dr hab. inż. Ewa Majchrzak**

Kierunek: **Automatyka i Robotyka**

Specjalność: **Modelowanie komputerowe układów i procesów**

**Celem pracy** magisterskiej było wykonanie przeglądu literatury związanego z oddziaływaniem laserów na tkanki biologiczne, wybór modelu matematycznego opisującego to zjawisko, opracowanie metody rozwiązania oraz programu komputerowego realizującego obliczenia pól temperatury w tkance poddanej działaniu lasera. Opracowany program umożliwił przeprowadzenie obliczeń dla różnych typów laserów oraz sformułowanie wniosków. Dokonano również porównania wyników uzyskanych za pomocą modelu Cattaneo-Vernotte'a uwzględniającego niejednorodną strukturę tkanki z wynikami otrzymanymi dla modelu Pennesa.

## Model matematyczny przepływu ciepła w tkance skórnej poddanej działaniu lasera

Rozpatrzono zadanie jednowymiarowe, czyli warstwę tkanki skórnej o grubości  $L$  [m]. Do opisu przepływu ciepła w tkance zastosowano równanie Cattaneo-Vernotte'a.

$$0 < x < L: \quad c\rho \left[ \tau \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} \right] = \lambda \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + Q(x,t) + \tau \frac{\partial Q(x,t)}{\partial t}$$

gdzie  $Q(x, t)$  jest funkcja źródła i jest sumą składnika związanego z perfuzją krwi w tkance  $Q_{perf}(x, t)$ , metabolizmem  $Q_{met}(x, t)$  oraz oddziaływaniem lasera  $Q_{las}(x, t)$  na powierzchnię tkanki

$$Q(x, t) = Q_{perf}(x, t) + Q_{met}(x, t) + Q_{las}(x, t)$$

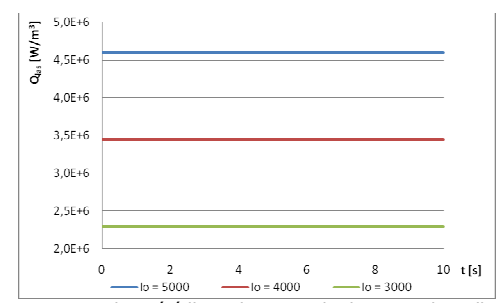
## Model numeryczny – technika rozwiązania

W pracy zastosowano metodę różnic skończonych (schemat jawny), wymagającą spełnienia warunków stabilności

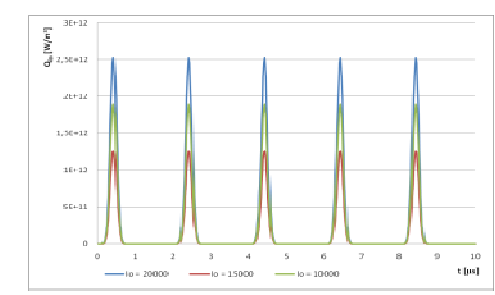
$$\left[ \frac{c\rho\tau}{(\Delta t)^2} + \frac{c\rho}{\Delta t} + \frac{\tau G_B \rho_B c_B}{\Delta t} \right] T_i^f = \left[ \frac{2c\rho\tau}{(\Delta t)^2} + \frac{c\rho}{\Delta t} + \frac{\tau G_B \rho_B c_B}{\Delta t} - \frac{2\lambda}{h^2} - G_B \rho_B c_B \right] T_i^{f-1} - \frac{c\rho\tau}{(\Delta t)^2} T_i^{f-2} + \lambda \frac{T_{i-1}^{f-1} + T_{i+1}^{f-1}}{h^2} + G_B \rho_B c_B T_B + Q_{met} + Q_{las}(x_i, t^{f-1}) + \tau \frac{\partial Q_{las}(\xi, t)}{\partial t} \Big|_{t=f-1}$$

war. stabilności:  $2c\rho\tau + c\rho\Delta t + \tau G_B \rho_B c_B \Delta t - \frac{2\lambda(\Delta t)^2}{h^2} - G_B \rho_B c_B (\Delta t)^2 \geq 0$

## Funkcje źródłowe lasera

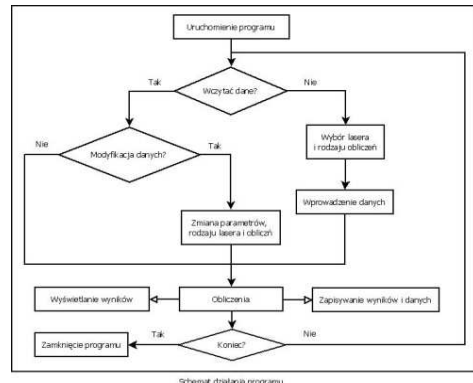


Rys. 1 Funkcja źródłowa lasera o działaniu ciągłym dla zmiennych wartości  $I_0$  [W/m<sup>2</sup>]



Rys. 2 Funkcja źródłowa lasera impulsowego dla zmiennych wartości  $I_0$  [W/m<sup>2</sup>]

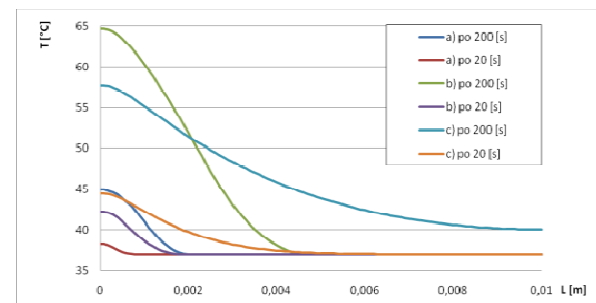
## Ogólny schemat działania programu



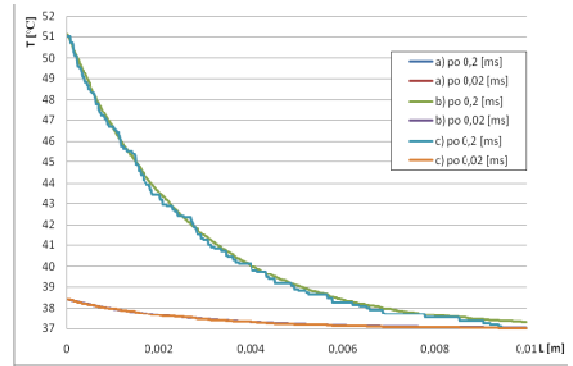
## Podsumowanie / wnioski

Metoda różnic skończonych umożliwia opracowanie efektywnego algorytmu rozwiązywania równania Cattaneo-Vernotte'a. Z porównania wyników obliczeń uzyskanych za pomocą równania Pennesa i Cattaneo-Vernotte'a wynika, że dla materiałów niejednorodnych, którym jest tkanka biologiczna, stosowanie równania Pennesa jest zbyt dużym uproszczeniem.

## Wyniki symulacji numerycznych



Rys.3. Rozkład temperatury po 20 i 200 [s] dla różnych czasów relaksacji lasera o działaniu ciągłym: a) 10 [s], b) 5 [s], c) 0 [s].



Rys.4. Rozkład temperatury po 0,02 i 0,2 [ms] dla różnych czasów relaksacji lasera impulsowego :a) 30 [s], b) 0 [s], c) 10 [s].