Sprowadzenie modelu do postaci bazowej

Przykład 4.

Model matematyczny z Przykładu 1. sprowadzić do postaci bazowej.

Ograniczenie ① $$9x_1 + 7x_2 \leq 63$$

Aby otrzymać ograniczenie w postaci równania wprowadzamy dodatkową zmienną do ograniczenia:

$$9x_1 + 7x_2 + x_3 = 63$$

x_3 – zmienna bilansująca

Zmienna x_3 określa ilość środka S_1 jaki nie zostanie wykorzystany w procesie produkcyjnym

$$9x_1 + 7x_2 + x_3 = 63$$

$$x_3 = 63 - 9x_1 - 7x_2$$

Gdyby przyjąć: x_1=0 i x_2=0:

$$x_3 = 63 \geq 0$$

Zmienna x_3 spełnia postulat nieujemności.

Ograniczenie ② $x_1 + x_2 \leq 8$

Aby otrzymać ograniczenie w postaci równania wprowadzamy dodatkową zmienną do ograniczenia (analogicznie jak dla pierwszego ograniczenia):

$$x_1 + x_2 + x_4 = 8$$

x_4 – zmienna bilansująca

Zmienna x_4 określa ilość środka S_2 jaki nie zostanie wykorzystany w procesie produkcyjnym

Dla x_1=0 i x_2=0: $x_4 = 8 \geq 0$

Ograniczenie ③ $$3x_1 + 2x_2 \geq 6$$

Aby otrzymać ograniczenie w postaci równania wprowadzamy dodatkową zmienną do ograniczenia:

$$3x_1 + 2x_2 - x_5 = 6$$

x_5 – zmienna bilansująca

Dla $x_1=0$ i $x_2=0$: $x_5 = -6 < 0$

- ☝ W postaci bazowej, w każdym ograniczeniu musi znajdować się jedna zmienna, która po wyzerowaniu wszystkich pozostałych zmiennych w ograniczeniu jest nieujemna.

Wprowadzamy kolejną zmienną:

$$3x_1 + 2x_2 - x_5 + x_6 = 6$$

x_6 – zmienna sztuczna

Dla x_1=0, x_2=0 oraz x_5=0: $x_6 = 6 \geq 0$

- Rozwiązanie zadania po wprowadzeniu zmiennej sztucznej nie jest równoważne z rozwiązaniem zadania początkowego.

- Byłoby równoważne tylko wtedy, gdyby w rozwiązaniu optymalnym zmienna sztuczna miała wartość zero.

- ☝ Aby zapewnić $x_6=0$ w rozwiązaniu optymalnym, każdą zmienną sztuczną wprowadza się do funkcji celu.

- ☝ Współczynnik przy zmiennej sztucznej w funkcji celu dobiera się tak, aby niezerowa wartość tej zmiennej mocno pogarszała wartość funkcji celu.

$$Z(x_1, x_2, x_6) = 6x_1 + 5x_2 + Mx_6 \rightarrow \mathrm{MAX}$$

$$M = -1000$$

Czy zmienne bilansujące należy uwzględnić w funkcji celu?

Tak.

Z jakimi współczynnikami?

Wszystkie współczynniki przy zmiennych bilansujących w funkcji celu są równe zero.

$$Z(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = 6x_1 + 5x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 - 1000x_6 \rightarrow \mathrm{MAX}$$

Postać bazowa zadania z Przykładu 1:

FC:

$$Z(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = 6x_1 + 5x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 - 1000x_6 \rightarrow \mathrm{MAX}$$

O:

$$\begin{array}{lllllll} ① & 9x_1 + 7x_2 + x_3 & & & & & = 63 \\ ② & x_1 + x_2 & & + x_4 & & & = 8 \\ ③ & 3x_1 + 2x_2 & & & - x_5 & + x_6 & = 6 \end{array}$$

WB:

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \quad x_4 \geq 0, \quad x_5 \geq 0, \quad x_6 \geq 0$$

Sprowadzenie do postaci bazowej ograniczenia typu:

$$3x_1 + 5x_2 = 4$$

Wprowadzamy zmienną sztuczną:

$$3x_1 + 5x_2 + x_3 = 4$$

Należy ją uwzględnić w funkcji celu w podany poprzednio sposób, czyli tak, aby jej niezerowa wartość mocno pogarszała wartość funkcji celu.

Postać bazowa:

- Wszystkie ograniczenia w postaci równań
- W każdym ograniczeniu znajduje się zmienna, która po wyzerowaniu pozostałych zmiennych ma wartość nieujemną
- Współczynnik przy tej zmiennej ma wartość 1
- Wprowadzone zmienne bilansujące wprowadza się do funkcji celu z zerowymi współczynnikami
- Wprowadzone zmienne sztuczne uwzględnia się w funkcji celu ze współczynnikami mocno pogarszającymi jej wartość

METODA SIMPLEX

Przykład 5.

Rozwiązać zadanie z Przykładu 1. metodą simplex.

Tablica simplex:

$\mathbf{c}^T\mathbf{x} \rightarrow MAX$		6	5	0	0	0	-1000	$\mathbf{b}_i$
$\mathbf{x}(B)$	$\mathbf{c}(B)$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_3	0	9	7	1	0	0	0	63
x_4	0	1	1	0	1	0	0	8
x_6	-1000	3	2	0	0	-1	1	6

$\mathbf{c}^T\mathbf{x} \to$ MAX		6	5	0	0	0	-1000	$\mathbf{b}_i$
$\mathbf{x}$(B)	$\mathbf{c}$(B)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_3	0	9	7	1	0	0	0	63
x_4	0	1	1	0	1	0	0	8
x_6	-1000	3	2	0	0	-1	1	6
z_j		-3000						

$$z_1 = 0 \cdot 9 + 0 \cdot 1 + (-1000) \cdot 3 = -3000$$

$\mathbf{c}^T\mathbf{x} \to$ MAX		6	5	0	0	0	-1000	$\mathbf{b}_i$
$\mathbf{x}$(B)	$\mathbf{c}$(B)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_3	0	9	7	1	0	0	0	63
x_4	0	1	1	0	1	0	0	8
x_6	-1000	3	2	0	0	-1	1	6
z_j		-3000	-2000					

$$z_2 = 0 \cdot 7 + 0 \cdot 1 + (-1000) \cdot 2 = -2000$$

$\mathbf{c}^T\mathbf{x} \to$ MAX		6	5	0	0	0	-1000	$\mathbf{b}_i$
$\mathbf{x}$(B)	$\mathbf{c}$(B)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_3	0	9	7	1	0	0	0	63
x_4	0	1	1	0	1	0	0	8
x_6	-1000	3	2	0	0	-1	1	6
z_j		-3000	-2000	0				

$$z_3 = 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + (-1000) \cdot 0 \quad = 0$$

$\mathbf{c}^T\mathbf{x} \to \text{MAX}$		6	5	0	0	0	-1000	$\mathbf{b}_i$
$\mathbf{x}$(B)	$\mathbf{c}$(B)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_3	0	9	7	1	0	0	0	63
x_4	0	1	1	0	1	0	0	8
x_6	-1000	3	2	0	0	-1	1	6
z_j		-3000	-2000	0	0			

$$z_4 = 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + (-1000) \cdot 0 \quad = 0$$

$\mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} \to \mathrm{MAX}$		6	5	0	0	0	-1000	$\mathbf{b}_i$
$\mathbf{x}(\mathrm{B})$	$\mathbf{c}(\mathrm{B})$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_3	0	9	7	1	0	0	0	63
x_4	0	1	1	0	1	0	0	8
x_6	-1000	3	2	0	0	-1	1	6
z_j		-3000	-2000	0	0	1000		

$$z_5 = 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + (-1000) \cdot (-1) = 1000$$

$\mathbf{c}^T\mathbf{x} \to$ MAX		6	5	0	0	0	-1000	$\mathbf{b}_i$
$\mathbf{x}$(B)	$\mathbf{c}$(B)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_3	0	9	7	1	0	0	0	63
x_4	0	1	1	0	1	0	0	8
x_6	-1000	3	2	0	0	-1	1	6
z_j		-3000	-2000	0	0	1000	-1000	

$$z_6 = 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + (-1000) \cdot 1 \quad = -1000$$

$\mathbf{c}^T\mathbf{x} \to \text{MAX}$		6	5	0	0	0	-1000	$\mathbf{b}_i$
$\mathbf{x}$(B)	$\mathbf{c}$(B)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_3	0	9	7	1	0	0	0	63
x_4	0	1	1	0	1	0	0	8
x_6	-1000	3	2	0	0	-1	1	6
z_j		-3000	-2000	0	0	1000	-1000	
$c_j - z_j$		3006						

$$c_1 - z_1 = 6 - (-3000) \qquad = 3006$$

$\mathbf{c}^T\mathbf{x} \to$ MAX		6	5	0	0	0	-1000	$\mathbf{b}_i$
$\mathbf{x}$(B)	$\mathbf{c}$(B)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_3	0	9	7	1	0	0	0	63
x_4	0	1	1	0	1	0	0	8
x_6	-1000	3	2	0	0	-1	1	6
z_j		-3000	-2000	0	0	1000	-1000	
c_j - z_j		3006	2005					

$$c_2 - z_2 = 5 - (-2000) \qquad = 2005$$

$\mathbf{c}^T\mathbf{x} \to$ MAX		6	5	0	0	0	-1000	$\mathbf{b}_i$
$\mathbf{x}$(B)	$\mathbf{c}$(B)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_3	0	9	7	1	0	0	0	63
x_4	0	1	1	0	1	0	0	8
x_6	-1000	3	2	0	0	-1	1	6
z_j		-3000	-2000	0	0	1000	-1000	
$c_j - z_j$		3006	2005	0				

$$c_3 - z_3 = 0 - 0 \quad = 0$$

$\mathbf{c}^T\mathbf{x} \to$ MAX		6	5	0	0	0	-1000	$\mathbf{b}_i$
$\mathbf{x}$(B)	$\mathbf{c}$(B)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_3	0	9	7	1	0	0	0	63
x_4	0	1	1	0	1	0	0	8
x_6	-1000	3	2	0	0	-1	1	6
z_j		-3000	-2000	0	0	1000	-1000	
c_j - z_j		3006	2005	0	0			

$$c_4 - z_4 = 0 - 0 \qquad = 0$$

$\mathbf{c}^T\mathbf{x} \rightarrow$ MAX		6	5	0	0	0	-1000	$\mathbf{b}_i$
$\mathbf{x}$(B)	$\mathbf{c}$(B)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_3	0	9	7	1	0	0	0	63
x_4	0	1	1	0	1	0	0	8
x_6	-1000	3	2	0	0	-1	1	6
z_j		-3000	-2000	0	0	1000	-1000	
c_j - z_j		3006	2005	0	0	-1000		

$$c_5 - z_5 = 0 - 1000 \qquad = -1000$$

$\mathbf{c}^T\mathbf{x} \to$ MAX		6	5	0	0	0	-1000	$\mathbf{b}_i$
$\mathbf{x}$(B)	$\mathbf{c}$(B)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_3	0	9	7	1	0	0	0	63
x_4	0	1	1	0	1	0	0	8
x_6	-1000	3	2	0	0	-1	1	6
z_j		-3000	-2000	0	0	1000	-1000	
c_j - z_j		3006	2005	0	0	-1000	0	

$$c_6 - z_6 = -1000 - (-1000) \quad = 0$$

$c_j - z_j$ - wskaźniki optymalności

☝ Dla zmiennych bazowych wskaźniki optymalności zawsze są równe 0.

Kryterium optymalności:

Rozwiązanie jest optymalne, jeżeli wartości wszystkich wskaźników optymalności są niedodatnie.

Rozwiązanie w bazie $[x_3, x_4, x_6]$ nie jest rozwiązaniem optymalnym.

Należy przejść do następnej bazy

Kryterium wejścia do bazy:

Do bazy wchodzi zmienna, która ma największą wartość wskaźnika optymalności.

☝ Jeżeli największa wartość wskaźnika optymalności odpowiada więcej niż jednaj zmiennej, wybieramy zmienną o najniższym indeksie.

W przykładzie kryterium wejścia spełnia zmienna x_1.

Kryterium wyjścia z bazy:

Obliczamy ilorazy wyrazów wolnych (kolumna $\mathbf{b}_i$) przez elementy (tylko dodatnie) kolumny zmiennej wchodzącej do bazy.

Bazę opuszcza ta zmienna, dla której obliczony iloraz jest najmniejszy.

☝ Jeżeli najmniejsza wartość ilorazu występuje dla więcej niż jednej zmiennej, to jako zmienną opuszczającą bazę można wybrać dowolną z nich.

$\mathbf{c}^T\mathbf{x} \rightarrow$ MAX		6	5	0	0	0	-1000	$\mathbf{b}_i$
$\mathbf{x}$(B)	$\mathbf{c}$(B)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_3	0	9	7	1	0	0	0	63
x_4	0	1	1	0	1	0	0	8
x_6	-1000	3	2	0	0	-1	1	6
z_j		-3000	-2000	0	0	1000	-1000	
$c_j - z_j$		3006	2005	0	0	-1000	0	

$x_3: \quad 63/9 = 7$ $\qquad x_4: \quad 8/1 = 8$ $\qquad x_6: \quad 6/3 = 2$

W przykładzie kryterium wyjścia spełnia zmienna x_6.

$\mathbf{c}^T\mathbf{x} \to$ MAX		6	5	0	0	0	-1000	$\mathbf{b}_i$
$\mathbf{x}$(B)	$\mathbf{c}$(B)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_3	0	0	1	1	0	3	-3	45
x_4	0	0	1/3	0	1	1/3	-1/3	6
x_1	6	1	2/3	0	0	-1/3	1/3	2
z_j		6	4	0	0	-2	2	
$c_j - z_j$		0	1	0	0	2	-1002	

Rozwiązanie w bazie $[x_3, x_4, x_1]$ nie jest rozwiązaniem optymalnym.

Do bazy wchodzi zmienna: x_5

Ilorazy:

$x_3: \quad 45/3 = 15$

$x_4: \quad 6/(1/3) = 18$

$x_1: \quad -$ ujemny współczynnik – nie liczymy ilorazu

Z bazy wychodzi zmienna: x_3

$\mathbf{c}^T\mathbf{x} \to$ MAX		6	5	0	0	0	-1000	$\mathbf{b}_i$
$\mathbf{x}$(B)	$\mathbf{c}$(B)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_5	0	0	1/3	1/3	0	1	-1	15
x_4	0	0	2/9	-1/9	1	0	0	1
x_1	6	1	7/9	1/9	0	0	0	7
z_j		6	14/3	2/3	0	0	0	
$c_j - z_j$		0	1/3	-2/3	0	0	-1000	

Rozwiązanie w bazie $[x_5, x_4, x_1]$ nie jest rozwiązaniem optymalnym.

Do bazy wchodzi zmienna: x_2

Ilorazy:

$$x_5: \quad 15/(1/3) = 45$$

$$x_4: \quad 1/(2/9) = 4.5$$

$$x_1: \quad 7/(7/9) = 9$$

Z bazy wychodzi zmienna: x_4

$\mathbf{c}^T\mathbf{x}\rightarrow$MAX		6	5	0	0	0	-1000	$\mathbf{b}_i$
$\mathbf{x}$(B)	$\mathbf{c}$(B)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_5	0	0	0	1/2	-3/2	1	-1	27/2
x_2	5	0	1	-1/2	9/2	0	0	9/2
x_1	6	1	0	1/2	-7/2	0	0	7/2
z_j		6	5	1/2	3/2	0	0	
c_j - z_j		0	0	-1/2	-3/2	0	-1000	

Rozwiązanie w bazie $[x_5, x_2, x_1]$ jest rozwiązaniem optymalnym.

$\mathbf{c}^T\mathbf{x} \rightarrow MAX$		6	5	0	0	0	-1000	$\mathbf{b}_i$
$\mathbf{x}(B)$	$\mathbf{c}(B)$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_5	0	0	0	1/2	-3/2	1	-1	27/2
x_2	5	0	1	-1/2	9/2	0	0	9/2
x_1	6	1	0	1/2	-7/2	0	0	7/2
z_j		6	5	1/2	3/2	0	0	
$c_j - z_j$		0	0	-1/2	-3/2	0	-1000	

Zmienne bazowe: $x_5 = 27/2$ $x_2 = 9/2$ $x_1 = 7/2$

Zmienne niebazowe: $x_3 = 0$ $x_4 = 0$ $x_6 = 0$

Rozwiązanie:

$$x_1 = 3.5 \quad x_2 = 4.5 \quad x_3 = 0 \quad x_4 = 0 \quad x_5 = 13.5 \quad x_6 = 0$$

Funkcja celu:

$$Z(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = 43.5$$

Różnice w algorytmie metody simplex na MAX i MIN

Kryterium wejścia

MAX:

Zmienna z największą wartością wskaźnika optymalności

MIN:

Zmienna z najmniejszą wartością wskaźnika optymalności

Kryterium wyjścia

MAX:

Zmienna, dla której iloraz elementu z wektora wyrazów wolnych przez współczynnik z kolumny zmiennej wchodzącej do bazy ma najmniejszą wartość.

MIN:

Identycznie jak w zadaniu na MAX.

Rozwiązanie optymalne

MAX:

Wszystkie wskaźniki optymalności muszą być niedodatnie

MIN:

Wszystkie wskaźniki optymalności muszą być nieujemne.

Postępowanie, gdy zmienne nie spełniają warunków nieujemności

$$\text{FC}: \quad Z(\mathbf{x}) = 3x_1 + 6x_2 - 4x_3 \to \text{MAX}$$

$$\text{O}: \quad 3x_1 - 5x_2 - 2x_3 \geq -6$$

$$2x_1 - 3x_2 + 7x_3 \geq 12$$

$$4x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 5$$

$$\text{WB}: \quad x_1 \geq 0 \quad x_2 \in R \quad x_3 \leq 0$$

$x_2 \in R$

Zmienną x_2 zastępujemy różnicą dwóch zmiennych nieujemnych:

$$x_2 = x_2^* - x_2^{**}, \quad x_2^* \geq 0, \quad x_2^{**} \geq 0$$

$x_3 \leq 0$

Zmienną x_3 zastępujemy różnicą dwóch zmiennych nieujemnych:

$$x_3 = x_3^* - x_3^{**}, \quad x_3^* \geq 0, \quad x_3^{**} \geq 0$$

$$\text{FC}: \quad Z(x_1, x_2^{*}, x_2^{**}, x_3^{*}, x_3^{**}) = 3x_1 + 6(x_2^{*} - x_2^{**}) - 4(x_3^{*} - x_3^{**}) \to \text{MAX}$$

$$\begin{aligned} \text{O}: \quad & 3x_1 - 5(x_2^{*} - x_2^{**}) - 2(x_3^{*} - x_3^{**}) \geq -6 \\ & 2x_1 - 3(x_2^{*} - x_2^{**}) + 7(x_3^{*} - x_3^{**}) \geq 12 \\ & 4x_1 + 6(x_2^{*} - x_2^{**}) - 3(x_3^{*} - x_3^{**}) = 5 \end{aligned}$$

$$\text{WB}: \quad x_1 \geq 0 \quad x_2^{*} \geq 0 \quad x_2^{**} \geq 0 \quad x_3^{*} \geq 0 \quad x_3^{**} \geq 0$$

Zmieniamy numery zmiennych:

$$\text{FC}: \quad Z(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3, \hat{x}_4, \hat{x}_5) = 3\hat{x}_1 + 6\hat{x}_2 - 6\hat{x}_3 - 4\hat{x}_4 + 4\hat{x}_5 \to \text{MAX}$$

$$\text{O}: \quad \begin{aligned} 3\hat{x}_1 - 5\hat{x}_2 + 5\hat{x}_3 - 2\hat{x}_4 + 2\hat{x}_5 &\geq -6 \\ 2\hat{x}_1 - 3\hat{x}_2 + 3\hat{x}_3 + 7\hat{x}_4 - 7\hat{x}_5 &\geq 12 \\ 4\hat{x}_1 + 6\hat{x}_2 - 6\hat{x}_3 - 3\hat{x}_4 + 3\hat{x}_5 &= 5 \end{aligned}$$

$$\text{WB}: \quad \hat{x}_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4, 5$$

Ograniczenia, w których wyraz wolny jest wartością ujemną mnożymy przez -1 (tutaj ograniczenie pierwsze):

$$\text{FC}: \quad Z(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3, \hat{x}_4, \hat{x}_5) = 3\hat{x}_1 + 6\hat{x}_2 - 6\hat{x}_3 - 4\hat{x}_4 + 4\hat{x}_5 \to \text{MAX}$$

$$\begin{aligned} \text{O}: \quad & -3\hat{x}_1 + 5\hat{x}_2 - 5\hat{x}_3 + 2\hat{x}_4 - 2\hat{x}_5 \le 6 \\ & 2\hat{x}_1 - 3\hat{x}_2 + 3\hat{x}_3 + 7\hat{x}_4 - 7\hat{x}_5 \ge 12 \\ & 4\hat{x}_1 + 6\hat{x}_2 - 6\hat{x}_3 - 3\hat{x}_4 + 3\hat{x}_5 = 5 \end{aligned}$$

$$\text{WB}: \quad \hat{x}_j \ge 0, \quad j = 1, 2, 3, 4, 5$$

Dalsze postępowanie identyczne jak przy sprowadzaniu do postaci bazowej.

<u>Szczególne przypadki rozwiązań</u>

Zadanie sprzeczne

$$Z(x_1, x_2) = 6x_1 + 5x_2 \rightarrow \text{MAX}$$

① $$x_1 + x_2 \geq 8$$

② $$3x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

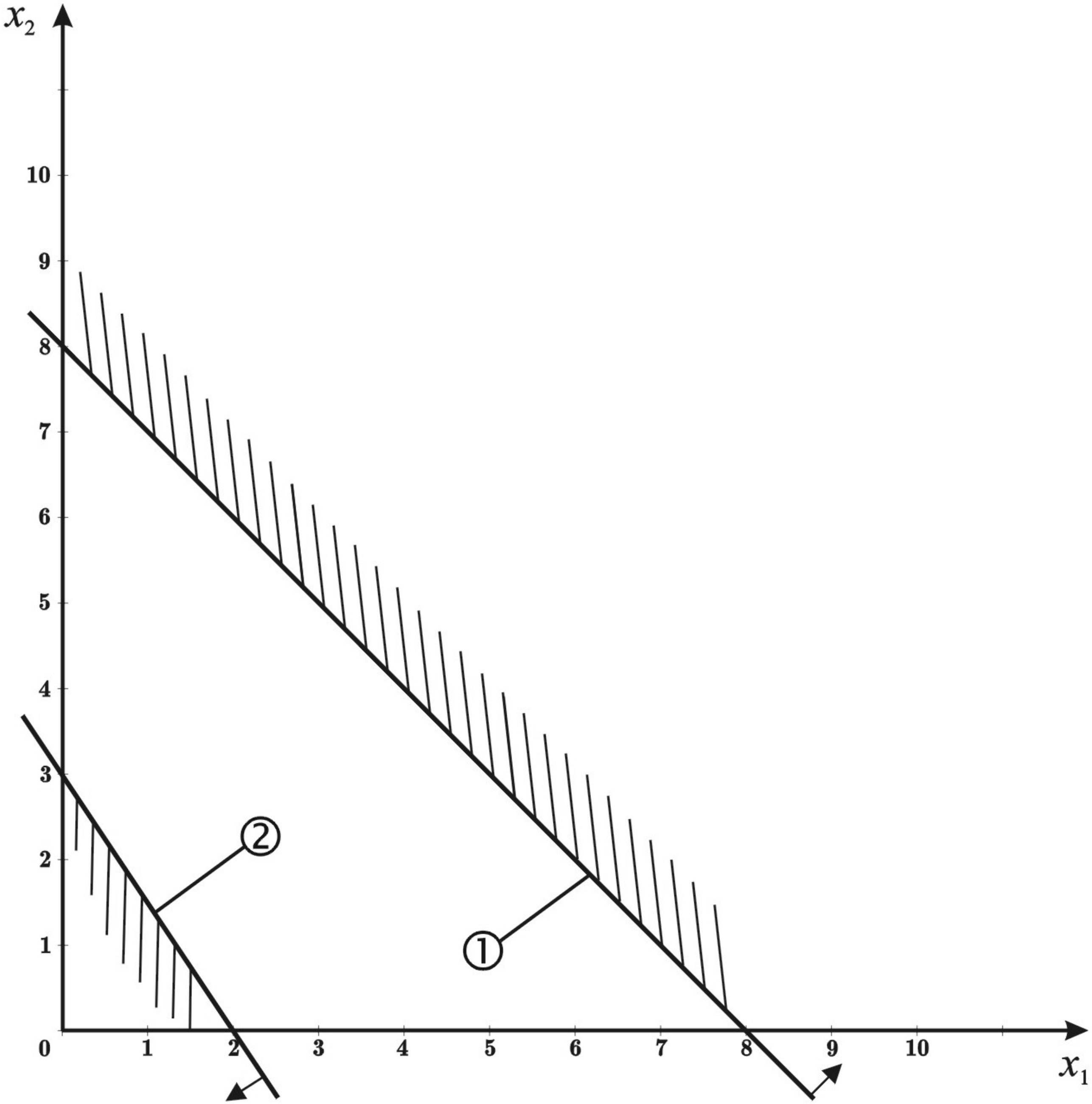
W postaci bazowej:

$$Z(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = 6x_1 + 5x_2 - 1000x_4 \rightarrow \text{MAX}$$

① $$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 8$$

② $$3x_1 + 2x_2 + x_5 = 6$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$



x_2
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
x_1
2
1

Zadanie sprzeczne:

- Nie ma rozwiązań dopuszczalnych

Objawy w metodzie simplex:

W rozwiązaniu optymalnym, zmienna sztuczna (w tym przykładzie x_4) będzie miała wartość niezerową (czyli będzie w bazie).

Alternatywne rozwiązania optymalne

$$Z(x_1, x_2) = 2x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{MAX}$$

① $$x_1 + x_2 \leq 8$$

② $$3x_1 + 2x_2 \geq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

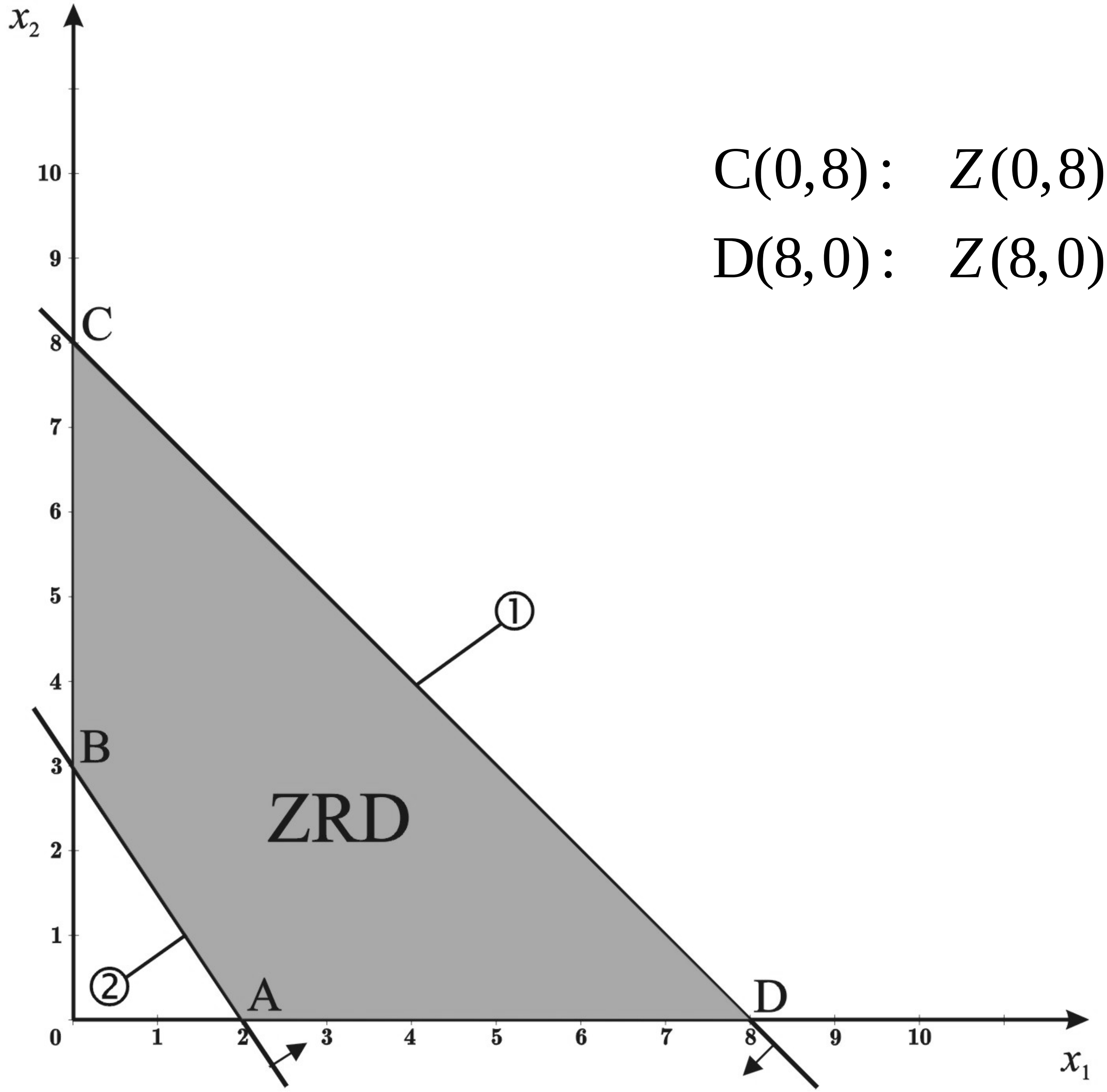
W postaci bazowej:

$$Z(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = 2x_1 + 2x_2 - 1000x_5 \rightarrow \text{MAX}$$

① $$x_1 + x_2 + x_3 = 8$$

② $$3x_1 + 2x_2 - x_4 + x_5 = 6$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$



$$C(0,8): \quad Z(0,8)=16$$

$$D(8,0): \quad Z(8,0)=16$$

Alternatywne rozwiązania optymalne:

- Każdy punkt odcinka CD jest rozwiązaniem optymalnym – odpowiada alternatywnemu, optymalnemu rozwiązaniu
- Może się zdarzyć, że zadanie ma nieskończenie wiele rozwiązań optymalnych

Objawy w metodzie simplex:

W rozwiązaniu optymalnym, zerowe wartości wskaźników optymalności dla zmiennych niebazowych.

Rozwiązania optymalne można zidentyfikować przechodząc do kolejnych baz.

Nieograniczona funkcja celu

$$Z(x_1, x_2) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \mathrm{MAX}$$

① $$3x_1 + 2x_2 \geq 6$$

② $$x_1 \leq 7$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

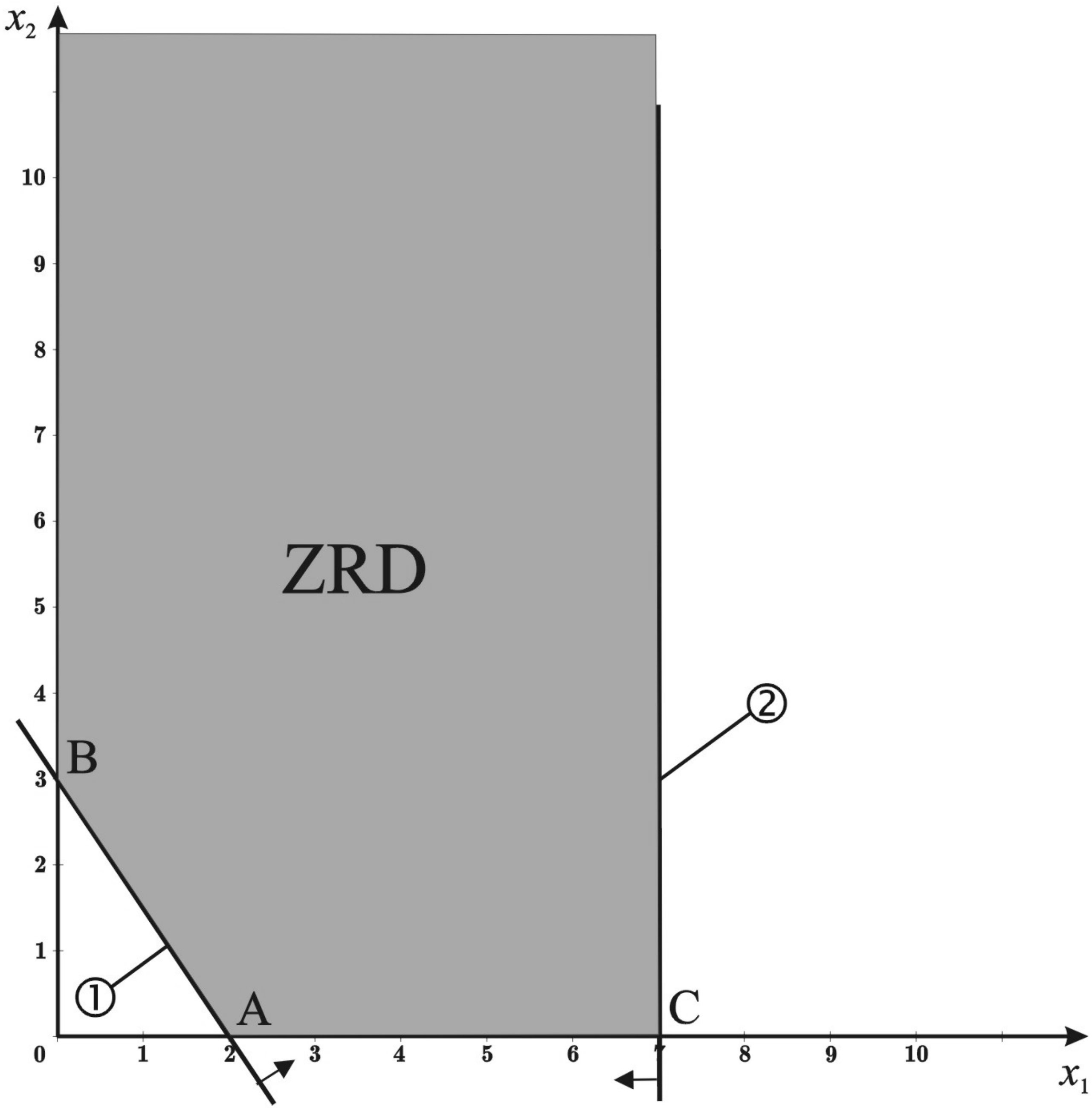
W postaci bazowej:

$$Z(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = 2x_1 + 3x_2 - 1000x_4 \rightarrow \mathrm{MAX}$$

① $$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 6$$

② $$x_1 + x_5 = 7$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$


x_2
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
ZRD
B
A
C
①
②
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
x_1

W tym zadaniu:

- Zbiór rozwiązań jest nieograniczony
- Funkcja celu jest nieograniczona od góry

Objawy w metodzie simplex:

W tablicy simplex kolumna zmiennej wchodzącej do bazy ma wszystkie elementy niedodatnie.

Czy funkcja celu może być nieograniczona od dołu?

Nie, ponieważ wymagana jest nieujemność zmiennych

Czy, pomimo tego że zbiór rozwiązań dopuszczalnych jest nieograniczony może istnieć „dokładne” rozwiązanie optymalne?

Może, gdy zadanie jest zadaniem na MIN.

$$Z(x_1, x_2) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{MIN}$$

① $$3x_1 + 2x_2 \geq 6$$

② $$x_1 \leq 7$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Z poprzedniego rysunku:

$$\text{A}(2,0): \quad Z(2,0) = 4 \qquad \text{MIN}$$

$$\text{B}(0,3): \quad Z(0,3) = 9$$

$$\text{C}(7,0): \quad Z(7,0) = 14$$

The Happy End